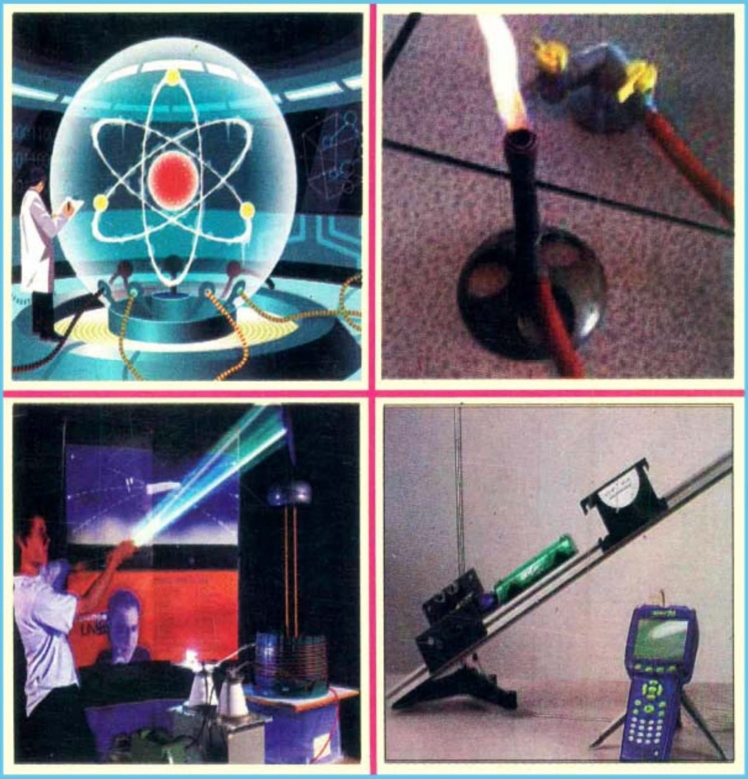
PH-04

## वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा



# प्रायोगिक भौतिकी

**PH-04**

**भौतिक विज्ञान**

## वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

# प्रयोगिक भौतिकी

| इकाई सं | इकाई | पृष्ठ संख्या |
|---|---|---|
| 1. | दण्ड बंकन विधि से दण्ड का यंग का प्रत्यास्थता गुणांक(Y) ज्ञात करना | 6 |
| 2. | सर्ल-विधि से किसी टार का यंग प्रत्यास्थता गुणांक(Y), अपरूपण गुणांक($\eta$) व पॉयसन निष्पत्ति($\sigma$) का मान ज्ञात करना | 18 |
| 3. | मेक्सवेल सुई के द्वारा किसी तार के पदार्थ का अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करना | 30 |
| 4. | सांख्यिकी बोर्ड द्वारा यादृच्छिक- क्षय का अध्ययन करना तथा क्षयांक का मान ज्ञात करना | 39 |
| 5. | पिण्डलोलक की सहता से 'g' का मान ज्ञात करना तथा अवमंदन का अध्ययन करना | 49 |
| 6. | कोशिश उन्नयन-विधि द्वारा द्रव के पृष्ट तनाव का अध्ययन करना | 60 |
| 7. | मोनेल मिश्रधातु का क्यूरी - ताप ज्ञात करना | 69 |
| 8. | केलेण्डर व बार्न विधि से ऊष्मा के यांत्रिक तुल्यांक(J) का मान ज्ञात करना | 76 |
| 9. | दिष्ट धारा स्त्रोत द्वारा विभिन्न लोड प्रतिरोधों को प्रदत्त शक्ति के परिवर्तन का अध्ययन करना तथा अधक्तम शक्ति संचरण प्रमेय का सत्यापन करना | 84 |
| 10. | कैरीफोस्टर सेतु की सहता से दो अल्प प्रतिरोधों के बीच अंतर ज्ञात करना | 92 |
| 11. | कैरीफोस्टर सेतु से किसी तार के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध ज्ञात करना | 101 |
| 12. | दिये गए गैल्वनोमीटर को अमीटर में रूपांतरित करना | 108 |
| 13. | दिये गए गैल्वनोमीटर को वोल्टमीटर में रूपांतरित करना | 118 |
| 14. | अर्द्धचालक संधि डायोड का अभिलक्षणिक वक्र खिचना तथा अग्र व पश्च प्रतिरोध ज्ञात करना | 127 |
| 15. | किसी धारावाही वृताकार कुण्डली के अक्ष पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का अध्ययन करना | 137 |
| 16. | किसी R-C परिपथ में दिष्ट धारा स्त्रोत द्वारा संधारित के आवेशन तथा निरवेशन का अध्ययन करना | 147 |
| 17. | कुछ उपयोगी भौतिक राशियों का मान एवं भौतिक नियतांक | 157 |
| 18. | लघुगुणात्मक, घात, मूल व व्युत्क्रम सारणी, ज्याकोज्या एवं स्पर्शज्या सारणी | 159 |

## पाठ्यक्रम अभिकल्प समिति

**अध्यक्ष**

**प्रो. (डॉ.) नरेश दाधीच**
कुलपति
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय कोटा(राजस्थान)

**विषय समन्वयक**

**प्रोफेसर एन.एस. सक्सेना**
भौतिक विज्ञान विभाग
राजस्थान विश्वविद्यालय, जयपुर

**सदस्य सचिव / समन्वयक**

**डॉ. अशोक शर्मा**
सह आचार्य, राजनीति विज्ञान
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

**सदस्य**

1. **प्रो. आर. के. पाण्डेय**
   भौतिक विज्ञान विभाग
   बर्कतुल्ला विश्वविद्यालय, भोपाल
2. **प्रो. एम. हुसैन,**
   भौतिक विज्ञान विभाग
   जामिया मिलिया इस्लामिया, नई दिल्ली
3. **प्रो. पी. प्रदीप**
   भौतिक विज्ञान विभाग
   राष्ट्रीय तकनीकी संस्थान, कालीकट
4. **डॉ. डी. सी. जैन,**
   भौतिक विज्ञान विभाग
   राजस्थान विश्वविद्यालय, जयपुर
5. **डॉ. के. बी. शर्मा**
   भौतिक विज्ञान विभाग
   एस.एस.जैन सुबोध(पी.जी.) कॉलेज, जयपुर
6. **डॉ. आर. एन. शर्मा**
   भौतिक विज्ञान विभाग
   एस.एस.जे.कॉलेज,भरतपुर
7. **श्री बी. एस. शर्मा**
   भौतिक विज्ञान विभाग
   राजकीय महाविद्यालय कोटा
8. **श्री अनिल कुमार गुप्ता,**
   भौतिक विज्ञान विभाग
   डी.ए.वी. कॉलेज, अजमेर

## सम्पादक एवं पाठ लेखन

**संपादक**

डॉ. कानन बाला शर्मा
भौतिक विज्ञान विभाग, राजस्थान विश्वविद्यालय, जयपुर

**लेखक**

1. **प्रो. एन. एस. सक्सेना,**
   भौतिक विज्ञान विभाग,
   राजस्थान विश्वविद्यालय, जयपुर
2. **डॉ. दीपक भटनागर**
   भौतिक विज्ञान विभाग
   राजस्थान विश्वविद्यालय, जयपुर
3. **डॉ. दीपिका भण्डारी**
   भौतिक विज्ञान विभाग**,**
   एस.एस.जैन सुबोध (पी.जी.) कॉलेज, जयपुर
4. **श्री एस. एल. कोठारी**
   प्राचार्य(सेवानिवृत), B-13, हरिमार्ग,
   मालवीय नगर जयपुर

## पाठ्यक्रम निर्देशन एवं उत्पादन

**निदेशक (अकादमिक)**
प्रोफेसर (डॉ.) अनाम जेटली
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

**निदेशक (सामग्री उत्पादन एवं वितरण)**
प्रोफेसर (डॉ.) पी. के. शर्मा
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

उत्पादन - जुलाई, 2007

**सर्वाधिकार सुरक्षित** : इस सामग्री के किसी भी अंश की वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा की लिखित अनुमति के बिना किसी भी रूप में 'मिमियोग्राफी' (चक्रमुद्रण) के द्वारा या अन्यथा पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति नहीं है।

निदेशक (अकादमिक) द्वारा वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय,कोटा के लिए मुद्रित एवं प्रकाशित।

# आमुख

जन-जन तक शिक्षा प्रसार के उद्देश्य से वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा द्वारा दूरस्थ शिक्षा योजना के तहत स्नातक(विज्ञान) के विद्यार्थी के लिए यह पाठ्य-सामग्री विशेष रूप से तैयार कराई गई है। विज्ञान, विशेषतः भौतिक विज्ञान में क्रिया-कलाप करते हुए सीखना (learning by doing) अधिक महत्वपूर्ण है जो वैज्ञानिक दृष्टिकोण उत्पन्न करने के साथ-साथ एक शिक्षार्थी में अनुशासन, आत्मविश्वास, धैर्य एवं साहचर्याआदि गुणो को भी जागृत करता है। किसी वैज्ञानिक सिद्धांत को पूर्ण रूप से मान्यता तभी प्रपट होती है जब उसकी पुष्टि हेतु कुछ प्रयोग उपलब्ध हो। अत: प्रयोगिक कार्य ही भौतिक विज्ञान की विकास की धुरी है और प्रारम्भ से ही इस विध्या में विद्यार्थी का सैक्शन एवं प्रशिक्षण अवशक है।

प्रयोग सरल अथवा जटिल हो सकते हैं किन्तु उनके सम्पादन में अधिक सुझबुझ, तन्मयता, धैर्य एवं कौशल की अवशयकता होती है। वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा ने बी.एससी. पार्ट-I के लिए जिन प्रयोगों को उपयोगी माना है उनका समावेश इस पुस्तक 'प्रयोगिक भौतिकी'(PH-04) में किया गया है। पुस्तक की कुछ प्रमुख विशेषताएँ निम्न हैं -

1. पुस्तक की भाषा सरल, स्पष्ट एवं बोधगम्य है।
2. प्रत्येक प्रयोग के उद्देश्यों; मूल अभिधारणाओं एवं महत्वपूर्ण परिभाषाओं को प्रयोग के रारंभ में अथवा प्रयोग के साथ-साथ दिया गया है।
3. प्रयोग में कार्यकारी सिद्धान्त विस्तार से दिये गए हैं।
4. प्रत्येक प्रयोग की विधि का वर्णन स्पष्ट रूप से तथा विस्तारपूर्वक सरलतम भाषा में किया गया है।
5. चित्रों को स्पष्ट एवं प्रयोगिक सिद्धांतों के अनुरूप बनाया गया है।
6. प्रत्येक प्रयोग में बोध प्रश्न, महत्वपूर्ण मौखिक प्रश्न तथा उनके उत्तर भी दिये गए हैं जो साधारणत्या प्रयोगिक परीक्षा के समय पूछे जाते हैं। इन प्रश्नों के द्वारा व विद्यार्थी उस प्रयोग से संबद्ध अपने ज्ञान का मूल्यांकन भी कर सकते हैं।
7. पुस्तक में मी. कि. से. पध्यिती का उपयोग किया गया है तथा तकनीकी पद भारत सरकार द्वारा स्वीकृत शब्दावली के अनुसार दिये गए हैं।

इस पुस्तक को लिखने में कई संदर्भ पुस्तकों का उपयोग किया गया है जिनके लिए लेखकगण उन सभी लेखकों/प्रकाशकों के आभारी हैं।

# प्रयोग-1

# दण्ड बंकन विधि से दण्ड का यंग का प्रत्यास्थता गुणांक(Y) ज्ञात करना

# (To Determine the Young's Modulus, Y, of a beam by method of bending of beam)

**प्रयोग की रूपरेखा**

1.0 उद्देश्य

1.1 प्रस्तावना

1.2 आवश्यक उपकरण

1.3 सिद्धान्त

1.4 परिपथ चित्र

1.5 विधि

1.6 प्रेक्षण

1.7 गणना व परिणाम

1.8 पूर्वावधान एवं त्रुटियों के स्रोत

1.9 सारांश

1.10 शब्दावली

1.11 संदर्भ ग्रन्थ

1.12 बोध प्रश्नों के उतर

1.13 मौखिक प्रश्न व उतर

## 1.0 उद्देश्य (Objectives)

इस प्रयोग को करने के बाद आप

- वर्नियर कैलीपर्स, स्क्रूगेज तथा स्फेरोमीटर का अल्पतमांक ज्ञात कर, उनके द्वारा किये जाने वाले मापनों का तुलनात्मक अध्ययन कर सकेंगे;
- केन्टीलीवर में भार लटकाने से आने वाला झुकाव(अवनमन), लटकाये गये भार पर किस प्रकार निर्भर करता है, इसके बारे में जानकारी प्राप्त कर सकेंगे;
- दण्ड छड़ का ज्यामितीय जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कर सकेंगे;
- विभिन्न पदार्थो की दण्ड छडों के यंग का प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात कर, उनकी तुलना कर सकेंगे;
- एक ही पदार्थ की दो अलग-अलग आकृतियों(आयताकार तथा वृत्ताकार) की दण्ड छड़ों का यंग के प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात कर, यह सिद्ध कर सकेंगे कि यंग का प्रत्यास्थता

गुणांक पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है तथा छड़ की ज्यामिति पर निर्भर नहीं करता हैं

**प्रतिबल :** एकांक क्षेत्रफल पर कार्यरत प्रत्यानयन बल कहलता है ।

**विकृति** : बल लगाने पर वस्तु के परीमाप में आये परिवर्तन तथा प्रारम्भिक परिमाप में आए परिवर्तन तथा प्रारम्भिक परिमाप के अनुपात को विकृति कहते हैं।

**अनुदैर्ध्य विकृति** : बल लगाने पर वस्तु (जैसे तार) की लंबाई के अनुपात को अनुदैर्ध्य विकृति कहते हैं।

## 1.1 प्रस्तावना (Introduction)

वस्तु के प्रत्यास्थ गुणों के बारे में आप यांत्रिकी(Mechanics) में अध्ययन करते हैं। प्रत्यास्थता, किसी भी पदार्थ का वह गुण है, जिसके कारण कोई वस्तु बाह्य बल हटा लेने पर अपनी प्रारम्भिक अवस्था पुन: प्राप्त कर लेती है। यदि बाह्या बल हटा लेने पर वस्तु अपनी प्रारम्भिक अवस्था को पुन: प्राप्त नहीं करती है तो उस वस्तु को प्लास्टिक(plastic) कहते हैं। क्वार्ट्स(quartz) का डोरा लगभग पूर्ण प्रत्यास्थ वस्तु तथा धान का छिलका एवम् गीली मिट्टी लगभग पूर्ण प्लास्टिक वस्तुओं के उदाहरण हैं।

इस प्रयोग में आप बंकन विधि से किसी आयताकार दण्ड छड़ के पदार्थ का यंग का प्रत्यास्थता गुणांक(Young's modulus) ज्ञात करेंगे। प्रयोग के मुख्य उद्देश्य के साथ-साथ हम अन्य भौतिक राशियों जैसे अवनमन(depression), बंकन आघूर्ण(bending moment), ज्यामितीय जड़त्व आघूर्ण(geometrical moment of inertia) इत्यादि का भी अध्ययन कर सकते हैं। प्रयोग करने के लिए आवश्यक उपकरणों की सूची अनुच्छेद 1.2 में दी गयी है।

उपरोक्त प्रयोग, हुक के नियम व केन्टीलीवर के सिद्धान्त पर आधारित हैं। अनुच्छेद 1.3 में प्रयोग से सम्बन्धित भौतिक सिद्धान्त का संक्षिप्त विवरण-दिया गया है। प्रयोग के लिए आवश्यक परिपथ चित्र तथा प्रयोग करने की बिन्दुवार विधि क्रमश: अनुच्छेद 1.4 व 1.5 में समझाई गयी है। अनुच्छेद 1.6 में प्रेक्षण सारणी दी गयी है। गणना की आवश्यक जानकारी अनुच्छेद 1.7 में दी गयी है। इसी अनुच्छेद में प्रयोग से प्राप्त परिणाम का भी उल्लेख किया गया है। प्रयोग करने के दौरान काम में ली जाने वाली सावधानियों तथा त्रुटियों के स्रोत की जानकारी अनुच्छेद 1.8 में दी गयी है। प्रयोग का सारांश अनुच्छेद 1.9 में दिया गया है। प्रयोग से सम्बन्धित महत्वपूर्ण शब्दावली अनुच्छेद 1.1.0 तथा संदर्भ ग्रन्थ अनुच्छेद 1.1.2 में दिये गये हैं। बोध प्रश्नों के उत्तर अनुच्छेद 1.1.2 में दिये गये हैं। अन्त में प्रयोग से सम्बन्धित मौखिक प्रश्न तथा उनके उत्तर अनुच्छेद 1.1.3 में दिये गये हैं।

**प्रत्यास्था की सीमा** : प्रतिबल की वह अधिकतम सीमा, जिसमे अधिक बल लगाने पर वस्तु में स्थायी विकृति उतन्न हो जाये तथा बल हटाने पर वस्तु अपनी स्थिति में नहीं आ पाये प्रत्यास्था की सीमा कहलाती है

## 1.2 आवश्यक उपकरण (Apparatus required)

एक आयताकार दण्ड छड़(rectangular beam), दृढ़ क्षैतिज तल में स्थित दो क्षुरधार(knife edges), भार लटकाने के लिए हेंगर, आधे-आधे किलो के बाट जो हेंगर पर लटकाये जा सकें, मीटर पैमाना(scale), वर्नियर कैलीपर्स, स्क्रूगेज स्फेरोमीटर, गैल्वनोमीटर(या वोल्टमीटर), उच्च प्रतिरोध बॉक्स, लेक्लांशी सेल, प्लग कुंजी, संयोजी तार आदि।

## 1.3 सिद्धान्त (Theory)

**हुक का नियम(Hooke's Law)**

प्रत्यास्थता के लिए, हुक का नियम एक महत्वपूर्ण नियम है। इस नियम के अनुसार, प्रत्यास्थता की सीमा में प्रतिबल, विकृति के समानुपाती होता है।

प्रतिबल $\alpha$ विकृति

प्रतिबल = E, विकृति

$$E=\frac{\text{प्रतिबल}}{\text{विकृति}}$$

यहाँ स्थिरांक ‘E' को प्रत्यास्थता गुणांक कहते हैं। प्रत्यास्थता गुणांक का मान केबल पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है। M.K.S. पद्धति में प्रत्यास्थता गुणांक का मात्रक न्यूटन/मी.$^2$ होता है। बाह्य बल लगाने पर वस्तु में उत्पन्न विकृति के प्रकार के अनुसार प्रत्यास्थता गुणांक भी तीन प्रकार के होते हैं -(1) यंग का प्रत्यास्थता गुणांक(Young’s modulus,Y),(1;) आयतन प्रत्यास्थता गुणांक(Bulk modulus,K) तथा अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक(मॉड्यूलस ऑफ रिगीडिटी,μ)। इस प्रयोग में आप यंग का प्रत्यास्थता गुणांक(Y) ज्ञात करने की विधि सीखेंगे।**यंग का प्रत्यास्थता गुणांक(Y)**

बाह्य बल लगाने पर वस्तु में यदि अनुदैर्ध्य विकृति उत्पन्न होती है तो प्रतिबल तथा अनुदैर्ध्य विकृति के अनुपात को यंग का प्रत्यास्थता गुणांक कहते हैं। अर्थात्

$$E = Y = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{अनुदैर्ध्य विकृति}}$$

माना 'a' अनुप्रस्थ काट वाले तार पर बल 'F' लगाया जाता है। अत: तार पर प्रतिबल का मान 'F/a' होगा। यदि तार की प्रारम्भिक लम्बाई 'L' हो तथा बल लगाने पर तार की लम्बाई में परिवर्तन ‘l' हो तो अनुदैर्ध्य विकृति का मान ‘l/L' होगा। अत: यंग का प्रत्यास्थता गुणांक -

उदासीन परत : जब केन्टीलीवर के स्वतंत्र सिरे पर भार लटकाया जाता है तो छड़ के ऊपरी क्षैतिज परतों में खिंचाव तथा निचली सतहों पर संकुचन उत्पन्न होता है। इन सतहों के मध्य एक ऐसी सतह होती है, जहां न तो खिंचाव होता है न ही संकुचन, इस सतह को उदासीन सतह कहते हैं।

$$Y = \frac{F/a}{l/L}$$

$$Y = \frac{F.L}{a.l} \qquad .....(1.2)$$

यदि a=1मी$^2$ तथा बल लगाने पर तार की लम्बाई दुगनी(2L) हो जाती हो तो -

L=2L-L=L

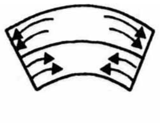
$$Y=\frac{FL}{lL}$$

$$Y = F \qquad .....(1.3)$$

अत: दूसरे शब्दों में हम यह कह सकते हैं कि वस्तु के पदार्थ का यंग का प्रत्यास्थता गुणांक उस बल के बराबर होता है जो कि एकांक अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल वाले तार की लम्बाई दुगनी कर दे।

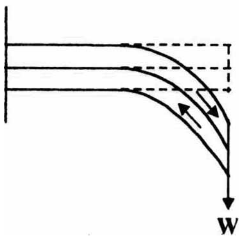
**दण्ड छड़(Beam)**

समान अनुप्रस्थ काट की वह छड़, जिसकी लम्बाई, उसकी चौड़ाई तथा मोटाई(या त्रिज्या) की तुलना में अत्यधिक हो, आयताकार(या बेलनाकार) दण्ड छड़ कहलाती है।



**केन्टीलीवर(cantiliver)**

एक क्षैतिज दण्ड छड़, जिसका एक सिरा किसी दृढ़ आधार से जकड़ दिया गया हे तथा दूसरा स्वतन्त्र सिरा भारित(loaded) हो, केन्टीलीवर कहलाती है।



केन्टीलीवर के सिरे पर भार लटकाने पर उसका स्वतंत्र सिरा नीचे की ओर झुक जाता है। इस झुकाव को अवनमन(depression) कहते हैं, जिसे निम्न प्रकार से समझा जा सकता है

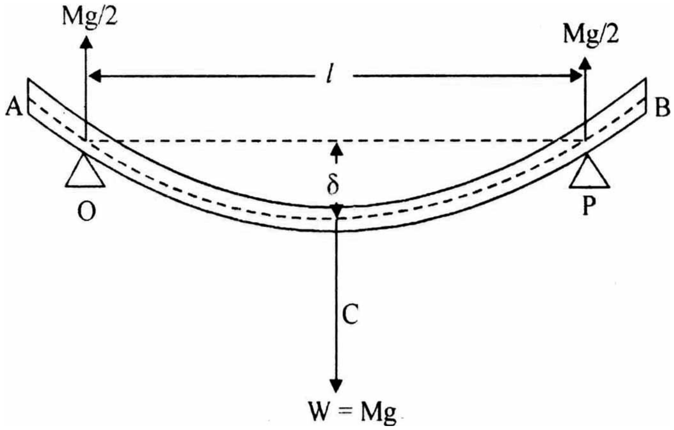
**अवनमन(depression)**

भार लटकाने पर दण्ड छड़ या केन्टीलीवर की उदासीन सतह(neutral surface) के अपनी प्रारम्भिक स्थिति से झुकाव को अवनमन कहते हैं। अवनमन का मान दण्ड छड़ के परिमाप(dimension) जैसे लम्बाई, चौड़ाई व मोटाई, लटकाये गये भार तथा छड़ के पदार्थ के यंग के प्रत्यास्थता गुणांक आदि पर निर्भर करता है।

अब आप दण्ड छड़ में एक विशेष स्थिति में आये अवनमन का अध्ययन करेंगे।

**सिरों का आधारित तथा मध्य से भारित दण्ड छड़ में अवनमन**

माना एक आयताकार दण्ड छड़ 'AB', दो क्षैतिज क्षुरधारों 'O' व 'P' पर रखी गयी है। दोनों क्षुरधारों के मध्य दूरी 'l' है। दण्ड छड़ के मध्य बिन्दु(mid point) 'C' पर भार(Mg) लटकाने से दण्ड छड़ में अवनमन() उत्पन्न होता है, जिसके प्रतिक्रिया स्वरूप ऊर्ध्वाधर दिशा में दो बल, दोनों क्षुरधार O व P पर कार्य करने लगते हैं।



**चित्र 1.2 मध्य से भारित दण्ड छड़ में अवनमन**

इन दोनों बलों का योग, बिन्दु 'C' पर लटकाये गये भार(Mg) के बराबर होता है इस स्थिति में छड़ को दो समान तथा उल्टे केन्टीलीवरों के तुल्य मान सकते हैं, जिनमें से प्रत्येक की लम्बाई l/2,लटकाया गया भार Mg/2 तथा अवनमन($\delta$)होता है। l लम्बाई व 'W' लटकाये गये भार वाले केन्टीलीवर में अवनमन निम्न सूत्र द्वारा दिया जाता है -

$$\delta = \frac{Wl3}{3YIg}$$

प्रायोगिक भौतिकी

या $\delta = \frac{Mgl3}{3YIg}$ .....(1.4)

यहाँ

W = Mg/2 लटकाया गया भार

l/2= प्रत्येक केन्टीलीवर की लम्बाई

Y = छड़ के पदार्थ का यंग का प्रत्यास्थता गुणांक

$I_g$ = ज्यामितीय जड़त्व आघूर्ण

अतः छड़ का अवनमन $\delta = \frac{Mgl3}{4.8YIg}$ .......(1.5)

(यहाँ $I_g = bd^3/1.2$ , b: दण्ड छड़ की चौड़ाई, d = दण्ड छड़ की मोटाई)

प्रतिस्थापित करने पर -

अतः

$$\delta = \frac{Mgl3}{4bd3Y} \qquad \text{….(1.6)}$$

$$\text{या } Y = \frac{Mgl3}{4bd3\delta} \qquad \text{....(1.7)}$$

**बोध प्रश्न(Self assessment question)**

1.समान अनुप्रस्थ काट व लम्बाई की दो विभिन्न पदार्थो की दण्ड छड़ों का यदि आप यंग का प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करें तो क्या उनके मान समान प्राप्त होंगे?

----------------------------------------------------------------------------------

----------------------------------------------------------------------------------

2. विकृति का मात्रक बताइये।

----------------------------------------------------------------------------------

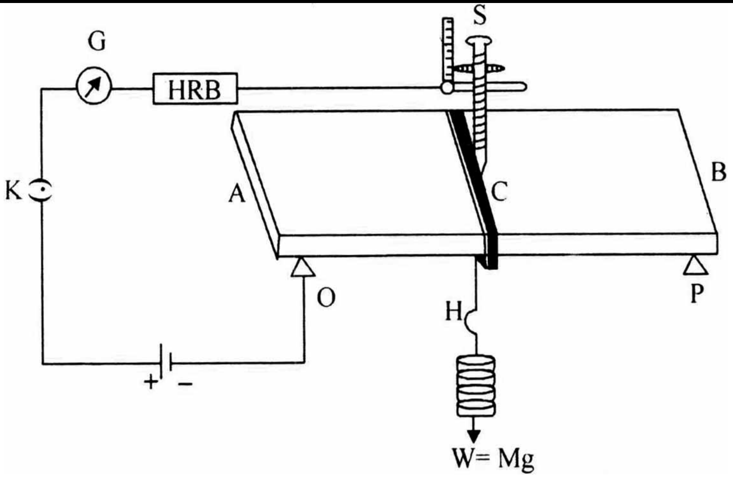
----------------------------------------------------------------------------------

3.प्रतिबल तथा प्रत्यास्थता गुणांक का मात्रक बताइये।

----------------------------------------------------------------------------------

----------------------------------------------------------------------------------

## 1.4 परिपथ चित्र (Circuit diagram)



**चित्र 1.3 परिपथ चित्र**

**उपकरण का विवरण तथा समायोजन**

एक आयताकार दण्ड छड़(AB) को, जिसका यंग का प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करना है, दृढ़ क्षैतिज तल में स्थित दो तीक्ष्ण छुरधारों(O व P) पर चित्रानुसार रखते हैं। छड़ के मध्य बिन्दु 'C' पर हेंगर(H) लटकाते हैं। इस हेंगर पर आधा-आधा किलोग्राम के बाट रखकर छड़ में अवनमन उत्पन्न

करते हैं। लटकाये गये भार से छड़ में उत्पन्न अवनमन ज्ञात करने के लिए एक स्फेरोमीटर(S) को दृढ़ क्षैतिज तल पर इस तरह से रखते हैं कि इसके पेंच(screw) का तीक्ष्ण सिरा दण्ड छड़ के मध्य बिन्दु 'C' को स्पर्श(touch) करे। स्फेरोमीटर के पेंच का तीक्ष्ण सिरा, दण्ड छड़ को स्पर्श कर रहा है या नहीं, इसे प्रेक्षित करने के लिए एक विद्युत परिपथ(electrical circuit) बनाते हैं। इस परिपथ में स्फेरोमीटर के पेंच को, उच्च प्रतिरोध(high resistance), गैल्वनोमीटर(galvanometer), प्लग कुंजी(plug key), लेक्लांशी सेल तथा एक क्षुरधार के साथ श्रेणी क्रम(series) में संयोजित करते हैं। स्फेरोमीटर का पेंच, जैसे ही दण्ड छड़ को स्पर्श करता है, यह विद्युत परिपथ पूरा हो जाता है तथा गैल्वनोमीटर में विक्षेप आ जाता है।

## 1.5 विधि (Method)

(i) दण्ड छड़ को दृढ़ क्षैतिज तल पर स्थित दोनों क्षुरधारों के मध्य रखते हैं।

(ii) दोनों क्षुरधारों के मध्य दूरी(l) को मीटर पैमाने से नाप लेते हैं।

(iii) वर्नियर कैलीपर्स द्वारा छड़ की चौड़ाइ को भिन्न-भिन्न स्थानों पर नापकर, माध्य चौड़ाई(b) ज्ञात करते हैं। प्रायोगिक भौतिकी 7

(iv) स्क्रूगेज द्वारा छड़ की मोटाई को भी भिन्न-भिन्न स्थानों पर नापकर, माध्य मोटाई(d) ज्ञात करते हैं।

(v) अब छड़ के मध्य बिन्दु पर नीचे की ओर हेंगर लटकाते हैं तथा स्फेरोमीटर को क्षैतिज तल पर इस प्रकार से रखते हैं कि उसका पेंच, छड़ के मध्य बिन्दु को स्पर्श करें।

(vi) अनुच्छेद 1 .4 में दिये गये चित्र के अनुसार विद्युत परिपथ संयोजित करते हैं।

(vii) स्फेरोमीटर के पेंच को इतना घुमाते हैं कि पेंच का तीक्ष्ण सिरा छड़ को सह-स्पर्श है(just touch) करे। जैसे ही पेंच की नोक छड़ को स्पर्श करती है, वैसे ही गैल्वनोमीटर में विक्षेप आ जाता है। ऐसी स्थिति में स्फेरोमीटर के मुख्य तथा वृत्ताकार पैमाने का पाठ्यांक नोट कर लेते हैं।

(viii) अब हेंगर पर आधे किलोग्राम का बाट धीरे से रखते हैं। बाट रखने से छड़ में अवनमन(झुकाव) उत्पन्न हो जाता है। स्फेरोमीटर के पेंच को पुन: इतना घुमाते हैं कि पेंच पुन: छड़ को स्पर्श करे तथा गैल्वनोमीटर में विक्षेप आ जाये। इस स्थिति में स्फेरोमीटर के दोनों पैमानों का पाठ्यांक नोट कर लेते हैं।

(ix) अब धीरे-धीरे आधे-आधे किलोग्राम के बाट हेंगर में रखते जाते हैं अर्थात बढ़ाते जाते हैं और प्रत्येक स्थिति में स्फेरोमीटर के पेच को स्पर्श कराने के पश्चात् स्फेरोमीटर का पाठ्यांक ज्ञात कर लेते हैं।

(x) हेंगर पर लगभग चार(4) किलोग्राम तक का भार बढ़ाने के पश्चात्, आधे-आधे किलोग्राम के बाट हटाते जाते हैं तथा प्रत्येक स्थिति में(8) व(9) में दी गयी विधि के द्वारा स्फेरोमीटर के दोनों पैमानों का पाठ्यांक नोट कर लेते हैं।

(xi) लिये गये प्रत्येक प्रेक्षण(Observation) को प्रेक्षण सारणी में लिखकर, प्रत्येक भार के लिए भार को बढ़ाते समय तथा कम करते समय दोनों ही स्थितियों में लिये गये प्रेक्षणों का औसत लेते है।

(xii) प्रेक्षण सारणी की सहायता से किसी नियत भार(उदाहरण के लिए 2 किलोग्राम) के लिए छड़ में अवनमन की गणना करते हैं।

(xiii) किसी नियत भार के लिए अवनमन के भिन्न-भिन्न पाठ्यांकों से मान ज्ञात कर, माध्य अवनमन ज्ञात करते है। अवनमन ज्ञात करने की विधि प्रेक्षण सारणी में समझाई गयी है।

(xiv) प्रेक्षित तथा नापी गई सभी राशियों का मान सेमी..(1 .7) में रखकर छड़ के पदार्थ का यंग का प्रत्यास्थता गुणांक का मान ज्ञात करते हैं।

## 1.6 प्रेक्षण (Observations)

(1) दोनों क्षुरधारों(O व P) के मध्य दण्ड छड़ की लम्बाई(l) = ................ मी

(2) छड़ की चौड़ाई(b) ज्ञात करने के लिए सारणी:

(i) वर्नियर कैलीपर्स के मुख्य पैमाने का एक भाग(x) = ...................... सेमी

(ii) वर्नियर पैमाने पर भागों की संख्या(y) = ....................

(iii) वर्नियर कैलीपर्स का अल्पतमांक x/y =.......... सेमी

| क्रमांक | वर्नियर कैलीपर्स का पाठ्यांक | | | | माध्य चौड़ाई (सेमी) 'b' |
|---|---|---|---|---|---|
| | मुख्य पैमाने का पाठ्यांक(सेमी) (1) | वर्नियर पैमाने का पाठ्यांक | | कुल पाठ्यांक (सेमी) (1+2) | |
| | | संपातित भाग n | वर्नियर पाठ्यांक n×x/y (सेमी) (2) | | |
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |

(3) दण्ड छड़ की मोटाई(d) ज्ञात करने के लिए सारणी:

(i) स्क्रूगेज के मुख्य पैमाने का एक भाग 'x' = ..................... सेमी

(ii) स्क्रूगेज के वृत्ताकार पैमाने पर भागों की संख्या 'y' = ....................

(iii) स्क्रूगेज का अल्पतमांक $\frac{x}{y}$ = ..................... सेमी

| क्रमांक | स्क्रूगेज का पाठ्यांक | | | | माध्य चौड़ाई 'd' (सेमी) |
|---|---|---|---|---|---|
| | मुख्य पैमाने का पाठ्यांक(सेमी) (1) | वृताकार पैमाने का पाठ्यांक | | कुल पाठ्यांक (सेमी) | |
| | | संपातित भाग n | वर्नियर पाठ्यांक n×x/y (सेमी) | | |

| | | | (2) | (1+2) | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |

(4) भार(Mg) लटकाने से दण्ड छड़ में उत्पन्न अवनमन(δ) ज्ञात करने के लिये सारणी:

(i) स्फेरोंमीटर के मुख्य पैमाने का एक भाग 'x' = ..................... सेमी

(ii) स्फेरोंमीटर के वृत्ताकार पैमाने पर भागों की संख्या ‘y’ = ....................

(iii) स्फेरोंमीटर का अल्पतमांक x/y = ...................... सेमी

| क्रमांक | लटकाया गया भार (किग्रा) | स्फेरोमीटर का पाठ्यक्रम | | | | | | | | मध्य (A+B)/2 सेमी | 2 किलोग्राम भार के लिए अवनमन δ सेमी |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | भार बढ़ते समय | | | भार घटाते समय | | | | कुल पाठ्यक्रम (1+2) सेमी B | | |
| | | मुख्य पैमाने का पाठ्यक्रम सेमी (1) | वृत्ताकार पैमाने का पाठ्यक्रम | | कुल पाठ्यक्रम (1+2) सेमी B | मुख्य पैमाने का पाठ्यक्रम सेमी (1) | वृत्ताकार पैमाने का पाठ्यक्रम | | | | |
| | | | संपतित भाग n | वृत्ताकार पैमाने का पाठ्यक्रम n×x/y (सेमी) (2) | | | संपतित भाग n | वृत्ताकार पैमाने का पाठ्यक्रम n×x/y (सेमी) (2) | | | |
| 1 | 0.0 | | | | | | | | | | |
| 2 | 0.5 | | | | | | | | | | (5)-(1)= |
| 3 | 1.0 | | | | | | | | | | (i) |
| 4 | 1.5 | | | | | | | | | | (6)-(2) |
| 5 | 2.0 | | | | | | | | | | (ii) |
| 6 | 2.5 | | | | | | | | | | (7-3) |
| 7 | 3.0 | | | | | | | | | | (iii) |
| 8 | 3.5 | | | | | | | | | | (8)-(4)= |
| 9 | 4.0 | | | | | | | | | | (iv) |

सारणी के अंतिम स्तम्भ में दो (2) किलोग्राम भार के लिए अवनमन ज्ञात करने के लिए पांचवे पाठ्यक्रम में से प्रथम पाठ्यांक में से प्रथम पाठ्यांक, छठे पाठ्यांक में से द्वितीय पाठ्यांक, सांतवे पाठ्यांक में से तृतीय पाठ्यांक, आठवे पाठ्यांक में से चौथा पाठ्यांक घटते हैं तथा इन सभी प्राप्त मानो का माध्य लेकर दो किलोग्राम के लिए माध्य अवनमन ज्ञात करते हैं।

∴ माध्य अवनमन =(i) +(ii) +(iii) +(iv)/4 = ....सेमी =.......सेमी

## 1.7 गणना व परिणाम (calculation and result)

गणना

$$Y = \frac{Mgl3}{4bd3\delta} \qquad \text{....(सेमी..( 1.7)}$$

जहाँ M = 2 किलोग्राम(सामान्यतया)

g = 9.8 मी/सेकण्ड$^2$

उपरोक्त सेमी.करण में प्रयोग से प्राप्त विभिन्न राशियों के मान रखकर छड़ के पदार्थ का यंग का प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करते हैं।

परिणाम-

दण्ड छड़ के पदार्थ का यंग का प्रत्यास्थता गुणांक ' Y' = ................. न्यूटन/मीटर$^2$ प्राप्त हुआ।

## 1.8 पूर्वावधान एवं त्रुटियों के स्रोत (Precautions and sources of error)

**पूर्वावधान**

(i) प्रत्येक क्षुरधार से स्फेरोमीटर के पेंच की दूरी समान होनी चाहिए अन्यथा दो समान लम्बाई के केन्टीलीवर नहीं बनेंगे।

(ii) हेंगर पर भार धीरे-धीरे रखना चाहिए या हटाना चाहिए तथा स्फेरोमीटर में पाठ्यांक हेंगर के स्थिर होने पर लेना चाहिए।

(iii) चूंकि छड़ की मोटाई, यंग के प्रत्यास्थता गुणांक के सूत्र में त्रिघात($d^3$) के रूप में आती है अत: इसे अत्यन्त सावधानी पूर्वक नापना चाहिए।

(iv) छड़ पर भार, प्रत्यास्थता की. सीमा के अन्दर ही लटकाना चाहिए।

(v) स्फेरोमीटर से पाठ्यांक लेते समय, इसके पेंच को एक ही दिशा में घुमाना चाहिए अन्यथा पिच्छट त्रुटि आ जायेगी।

**त्रुटियों के स्रोत**

(i) भार दण्ड छड़ के मध्य में नहीं लटकाया गया हो।

(ii) दण्ड छड़ क्षुरधारों पर सममित नहीं रखा गया हो।

(iii) स्फेरोमीटर का पेंच, पाठ्यांक लेते समय छड़ को स्पर्श नहीं कर रहा हो।

## 1.9 सारांश (Summary)

- हुक के नियम के अनुसार, प्रत्यास्थता की सीमा के अन्दर, प्रतिबल, विकृति के समानुपाती होता है।
- यंग का प्रत्यास्थता गुणांक, प्रतिबल तथा अनुदैर्ध्य विकृति के अनुपात के बराबर होता है।
- यंग का प्रत्यास्थता गुणांक, सिर्फ पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है।

## 1.10 शब्दावली (glossary)

| | |
|---|---|
| अवनमन | Depression |
| दण्ड छड़ | Beam |
| प्रतिबल | Stress |
| प्रत्यानयन बल | Restoring force |
| प्रत्यास्थता | Elasticity |
| प्रत्यास्थता गुणांक | Modulus of elasticity |
| बंकन | Bending |
| भार | Weight |
| विकृति | Strain |
| क्षुरधार | Knife edge |

## 1.11 संदर्भ ग्रन्थ (Reference Books)

| | | |
|---|---|---|
| D. S. Mathur | Elements of Properties of Matter | S. Chand & Sons, Delhi<br>Ram Nath & Sons, Agra |
| जगदीश चन्द्र उपाध्याय | यांत्रिकी | कॉलेज बुक हाउस, जयपुर |
| सक्सेना, सिंह, रावत तथा सक्सेना | यांत्रिकी | |
| सक्सेना, सिंह, रावत तथा सक्सेना | प्रायोगिक भौतिकी बी. एस. सी. पार्ट-I | कॉलेज बुक हाउस, जयपुर |

## 1.12 बोध प्रश्नों के उत्तर (Answers to self-assessment questions)

1. नहीं, यंग के प्रत्यास्थता गुणांक के मान भिन्न-भिन्न होंगे। यंग का प्रत्यास्थता गुणांक दण्ड छड़ों की ज्यामिति पर निर्भर नहीं करता है। यह सिर्फ पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है।
2. विकृति एक अनुपातिक राशि है। अत: यह विमाहीन राशि होती है। इसका मात्रक नहीं होता है।
3. प्रतिबल तथा प्रत्यास्थता गुणांक का मात्रक समान होता है। इनका मात्रक M.K.S. पद्धति में न्यूटन/मी$^2$ होता है।

## 1.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर (Oral questions and answers)

1. प्रत्यास्थता, विकृति तथा प्रतिबल की परिभाषा बताइये।

उत्तर- प्रत्यास्थता : किसी भी पदार्थ का वह गुण, जिसके कारण बाह्य बल हटा लेने पर वस्तु अपनी प्रारम्भिक अवस्था पुन: प्राप्त कर लेती है, प्रत्यास्थता कहलाती है।विकृति : बाह्य बल आरोपित

करने पर वस्तु के परिमाप(dimension) में आये परिवर्तन तथा प्रारम्भिक परिमाप के अनुपात को विकृति कहते हैं।प्रतिबल : एकांक अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल पर 'कार्यरत प्रत्यानयन बल को प्रतिबल कहते हैं।

2. प्रत्यास्थता की सीमा का क्या अर्थ है?

उत्तर- प्रतिबल की वह अधिकतम सीमा, जिससे अधिक बल लगाने पर वस्तु में स्थायी विकृति उत्पन्न हो जाये तथा बल हटाने पर वस्तु अपनी पूर्व स्थिति पर नहीं आ पाये, प्रत्यास्थता की सीमा कहलाती है।

3. प्रत्यास्थता गुणांक की परिभाषा दीजिए व इसका मात्रक बताइये।

उत्तर- प्रत्यास्थता की सीमा में प्रतिबल व विकृति के अनुपात को प्रत्यास्थता गुणांक कहते हैं। M.K.S. पद्धति में प्रत्यास्थता गुणांक का मात्रक न्यूटन/मी2 होता है।

4. प्रत्यास्थता गुणांक का मान किन राशियों पर निर्भर करता है?

उत्तर- प्रत्यास्थता गुणांक का मान सिर्फ पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है।

5. छड़ के बंकन में यंग का प्रत्यास्थता गुणांक किस प्रकार समाहित होता है?

उत्तर- छड़ के बंकन में छड़ के कुछ हिस्सों(ऊपरी) में खिंचाव तथा निचली सतहों में संकुचन उत्पन्न होता है जिससे छड़ के इन परतों में अनुदैर्ध्य विकृति उत्पन्न होती है। प्रतिबल तथा अनुदैर्ध्य विकृति के अनुपात को यंग का प्रत्यास्थता गुणांक कहते है।

6. उदासीन परत किसे कहते हैं?

जब केन्टीलीवर के स्वतन्त्र सिरे पर भार लटकाया जाता है तो छड़ के ऊपरी क्षैतिज परतों मे खिंचाव तथा निचली सतहों के मध्य एक ऐसी सतह होती है, जहां न तो खिचाव होता है नहीं संकुचन, इस सतह को उदासीन परत कहते हैं।

7. बंकन आघूर्ण तथा ज्यामितीय जड़त्व आघूर्ण की परिभाण दीजिये।

उत्तर- बंकन आघूर्ण : छड़ फेर, बंकन की स्थिति में दण्ड छड़ के सतहों में, उत्पन्न खिंचाव बल तथा संकुचन बल मिलकर प्रत्यानयन बल युग्म(restoring force couple) का निर्माण करते हैं। उदासीन परत के सापेक्ष प्रत्यानयन बल युग्म का आघूर्ण छड़ का बंकन आघूर्ण कहलाता है। ज्यामितीय जड़त्व आघूर्ण : उदासीन परत के सापेक्ष, दण्ड छड़ का ज्यामितीय जड़त्व आघूर्ण, छड़ के अनुप्रस्थ काट में स्थित अल्पांशों के क्षेत्रफल तथा उदासीन परत से दूरी के वर्ग के गुणनफल के योग के बराबर होता है।

8. यदि छड़ की लम्बाई में दोगुना वृद्धि कर दी जाये तथा मोटाई को आधा कर दिया जाये तो छड़ के यंग के प्रत्यास्थता गुणांक के मान पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

उत्तर- छड़ के यंग के प्रत्यास्थता गुणांक पर कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा क्योंकि प्रत्यास्थता गुणांक सिर्फ पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है।

# प्रयोग-2

# सर्ल-विधि से किसी तार का यंग प्रत्यास्थता गुणांक(Y), अपरूपण गुणांक(η) व पॉयसन निष्पत्ति(σ) का मान ज्ञान करना

# (To determine the values of Young's modulus of rigidity(η) and Poisson's ratio of a wire by Searle's method)

**प्रयोग की रूपरेखा**

2.0 उद्देश्य
2.1 प्रस्तावना
2.2 आवश्यक उपकरण
2.3 सिद्धान्त
2.4 चित्र
2.5 विधि
2.6 प्रेक्षण
2.7 गणना व परिणाम
2.8 पूर्वावधान एवम् त्रुटियों के स्रोत
2.9 सारांश
2.1.0 शब्दावली
2.11 संदर्भ ग्रन्थ
2.12 बोध प्रश्नों के उत्तर
2.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर

## 2.0 उद्देश्य (Objectives)

इस प्रयोग को करने के पश्चात् आप

- वर्नियर कैलीपर्स व स्क्रूगेज का अल्पतमांक ज्ञात कर उनके द्वारा किये जाने वाले मापनों का तुलनात्मक अध्ययन कर सकेंगे;
- सरल आवर्त गति के दो उदाहरण(सरल लोलक तथा पिण्ड लोलक) के बारे में जानकारी प्राप्त कर सकेंगे;
- प्रत्यास्थ स्थिरांको के मध्य सम्बन्ध से एक अन्य प्रत्यास्थ स्थिरांक(आयतन प्रत्यास्थता गुणांक , bulk modulus K) का मान ज्ञात कर सकेंगे;
- यह सिद्ध कर सकेंगे कि ठोस पदार्थो के लिए पॉयसन निष्पत्ति(σ) का मान - 1
- से .5 के मध्य होता हैं।

## 2.1 प्रस्तावना (Introduction)

पिछले प्रयोग में आप प्रत्यास्थता तथा प्रत्यास्थता गुणांकों के बारे में अध्ययन कर चुके हैं।आप जानते हैं कि विकृति के प्रकार के अनुसार तीन प्रत्यास्थता गुणांक होते हैं; (i) यंग का प्रत्यास्थता गुणांक(Y), (ii) आयतन प्रत्यास्थता गुणांक(K) व (iii) अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक($\eta$)। पिछले प्रयोग में आपने बंकन विधि से छड़ के पदार्थ का यंग के प्रत्यास्थता गुणांक का मान ज्ञात किया था। इस प्रयोग में आप एक अन्य विधि, जिसे सर्ल-विधि(Searle method) कहते हैं, से यंग का प्रत्यास्थता गुणांक, अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक तथा एक अन्य स्थिरांक(पॉयसन निष्पत्ति) का मान ज्ञात करेंगे। यह विधि पतले तार के रूप में पदार्थ के प्रत्यास्थता गुणांकों के मान ज्ञात करने के लिए उपयुक्त विधि है। प्रयोग के मुख्य उद्देश्य के साथ-साथ आप अन्य महत्वपूर्ण भौतिक राशियाँ भी ज्ञात कर सकते हैं। इनका विवरण अनुच्छेद 2.0 में दिया गया है। प्रयोग करने के लिए आवश्यक उपकरणो की सूची अनुच्छेद 2.2 में दी गयी है। सर्ल विधि, मुख्यत: सरल आवर्त गति की अवधारणा पर आधारित है। अनुच्छेद 2.3 में प्रयोग से सम्बन्धित सिद्धान्त का उल्लेख किया गया है। सर्ल के उपकरण का चित्र, इसकी दो भिन्न स्थितियाँ तथा उपकरण का विवरण अनुच्छेद 2.4 में दिया गया हैं। अनुच्छेद 2.5 में प्रयोग करने की बिन्दुवार विधि समझाई गयी है। प्रयोग के दौरान विभिन्न प्रेक्षण नोट करने के लिए प्रेक्षण सारणी अनुच्छेद 2.6 में दी गयी है। अनुच्छेद 2.7 में प्रयोग से प्राप्त प्रेक्षणों की गणना की जानकारी व परिणाम दिये गये हैं। प्रयोग करने के दौरान स्मरण रखने वाली पूर्वावधानों तथा त्रुटियों के स्रोत का उल्लेख अनुच्छेद 2.8 में किया गया हैं। प्रयोग का सारांश अनुच्छेद 2.9 में दिया गया हैं। अनुच्छेद 2.1.0 में महत्वपूर्ण शब्दावली दी गयी है। सदंर्भ ग्रन्थों की सूची अनुच्छेद 2.11 मे दी गयी है। बोध प्रश्नों के उत्तर अनुच्छेद 2.12 में दिये गये हैं। अन्त में प्रयोग से सम्बन्धित महत्वपूर्ण मौखिक प्रश्न व उनके उत्तर अनुच्छेद 2.13 में दिये गये हैं।

## 2.2 आवश्यक उपकरण (Apparatus required)

सर्ल का उपकरण(Searle’s Apparatus), विराम घड़ी(stop watch) ,स्क्रूगेज, वर्नियर कैलीपर्स ,धागा, भौतिक तुला(physical balance) बाट-बाक्स(weight box), मोमबत्ती , माचिस आदि।

## 2.3 सिद्धान्त (Theory)

**प्रत्यास्थता गुणांक :**

हुक के नियम से प्रत्यास्थता की सीमा में प्रतिबल, विकृति के समानुपाती होता हैं अत:

$$\text{प्रत्यास्थता गुणांक} = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{विकृति}}$$

यदि बल लगाने पर वस्तु में अनुदैर्ध्य विकृति उत्पन्न होती है तो प्रत्यास्थता गुणांक को यंग का प्रत्यास्थता गुणांक(Y) कहते हैं। अर्थात्

$$Y = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{अनुदैर्ध्य विकृति}} \qquad ...(2.1)$$

यंग के प्रत्यास्थता गुणांक के बारे में आप पिछले प्रयोग में अध्ययन कर चुके है। यहाँ आप अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक($\eta$), पॉयसन निष्पति(Poisson’s ratio , $\sigma$) तथा सरल आवर्त गति के दो भिन्न प्रकार के दोलनों के बारे में अध्ययन करेंगे।

**अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक(Modulus of rigidity , η)**

यदि बल लगाने पर वस्तु में अपरूपण विकृति उत्पन्न होती है तो प्रत्यास्थता गुणांक, अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक कहलाता है।

$$\eta = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{अपरुपण विकृति}} \qquad .....(2.2)$$

माना 'a' अनुप्रस्थ काट वाली वस्तु पर 'F' बल लगाया जाता है तो वस्तु पर प्रतिबल का मान 'F/a' होगा। यदि बल लगाने पर वस्तु के आकार में कोई भी परिवर्तन हु ए बिना, उसमे ‘$\phi$’ अपरूपण विकृति उत्पन्न हो जाये तो अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक ,

$$\eta = \frac{F/a}{\phi} = \frac{F}{a.\phi} \qquad .....(2.3)$$

यदि a =1 मी$^2$ तथा बल लगाने पर वस्तु में उत्पन्न अपरूपण कोण(या विकृति) ' $\phi$ ' का मान 1 रेडियन हो तो -

$$\eta = F \qquad ...(2.4)$$

अर्थात् वस्तु के पदार्थ का अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक उस बल के बराबर होता है जो एकांक अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल वाली वस्तु में एकांक रेडियन का अपरूपण उत्पन्न कर दे।

**पॉयसन निष्पत्ति (Poisson’s ratio)**

बल लगाने पर वस्तु में उत्पन्न अनुप्रस्थ विकृति($\beta$) तथा अनुदैर्ध्य विकृत्ति($\alpha$) के अनुपात को पॉयसन निष्पत्ति कहते हैं। यह एक विमाहीन राशि होती है। इसे ‘$\sigma$' से प्रदर्शित करते हैं। $\sigma = \frac{\beta}{\alpha}$ ...(2.5)

ठोस पदार्थो के लिए पॉयसन निष्पत्ति का मान - 1 से .5 के मध्य होता हैं।

**विभिन्न प्रत्यास्थता गुणांकों के मध्य सम्बन्ध(Relation between different elastic constants)**

विभिन्न प्रत्यास्थता गुणांक(Y, $\eta$, K) तथा पॉयसन निष्पत्ति($\sigma$) परस्पर सम्बन्धित होते हैं। इन सम्बन्धों के दो मुख्य रूप निम्न हैं:-

$$Y = 3K(1 - 2\sigma) \qquad ...(2.7)$$

व $Y = 2\eta(1+\sigma)$ ...(2.7)

उपरोक्त दो सम्बन्धों के अतिरिक्त दो अन्य सम्बन्ध(Y ,K व $\eta$ के मध्य तथा K, $\eta$ व $\sigma$ के मध्य) इन्हीं दोनों समीकरणों की सहायता से ज्ञात किये जाते हैं। इस प्रयोग में हम Y ,$\eta$ तथा $\sigma$ के मध्य सम्बन्ध(सेमी..(2.7) का उपयोग करेंगे।

यंग के प्रत्यास्थता गुणांक(Y) तथा अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक($\eta$) का मान ज्ञात करने के लिए हम सरल आवर्त दोलनों की अवधारणा(concept) उपयोग में लेंगे। इन गुणांकों का मान ज्ञात करने, के लिए सर्ले का उपकरण काम मे लेते हैं। इस उपकरण का चित्र तथा विवरण आगामी अनुच्छेद में दिया है।

**सरल दोलन**

सरल (नमन) दोलनों के लिए हम सर्ल के उपकरण को चित्र 2.2 जैसे समायोजित करते हैं।जब दोनों छड़ो को परस्पर निकट लाकर छोड़ते है तो प्रोयोगिक तार में उत्पन्न बंकन के कारण दोनो छड़ें क्षैतिज तल में दोलन करने लगती हैं। इन दोलनों को सरल दोलन कहते हैं। बंकन की अवस्था में तार एक वृत्ताकार चाप का रूप धारण कर लेता है तथा अपने वक्रता केन्द्र पर 2θ का कोण बनाता है। चित्र से-

$$2\theta = \frac{l}{R} \qquad ...(2.8)$$

जहाँ, l, तार की लम्बाई है तथा 'R' उस वक्र की त्रिज्या है जिसमें तार बंकन अवस्था में हैं। छड़ों के अवनमन(depression) के सैद्धान्तिक विवेचन में बंकन आघूर्ण 'G' निम्न होता है:-

$$G = \frac{YIg}{R} \qquad ...(2.9)$$

जहाँ $I_g$ तार का ज्यामितीय जड़त्व आघूर्ण है तथा Y , तार के पदार्थ का यंग का प्रत्यास्थता गुणांक हैं। सेमी.(2.8) से R का मान सेमी.(2.9) में रखने पर

$$G = Y\, I_g \,.\, \frac{2\theta}{l}$$

... 'r' त्रिज्या वाले तार के लिए ज्यामितीय जड़त्व आघूर्ण-

$$I_g = \frac{\pi r4}{4}$$

$$G = \frac{Y\pi r4}{2l}\theta$$

...(2.10)

यह बलयुग्म प्रत्येक छड़ में $\frac{\partial 2\theta}{\partial t2}$ कोणीय त्वरण उत्पन्न कर देता है। यदि 'I' प्रत्येक छड़ का उसके गुरूत्व केन्द्र से गुजरने वाली अक्ष के प्रति जड़त्व आघूर्ण हो तो छड़ पर बलयुग्म का मान $I\partial^2\theta/\partial t^2$ होगा। अत: छड़ के लिए

$$\frac{I\,\partial 2\theta}{\partial t2} = \frac{Y\pi r4}{2l}\theta$$

$$\text{या } \frac{\partial 2\theta}{\partial t2} = \frac{Y\pi r4}{2lI}\theta \qquad ...(2.11)$$

सेमी..(2.11) से स्पष्ट है कि कोणीय त्वरण, कोणीय विस्थापन के समानुपात है। अर्थात् सेमी..(2.11) कोणीय सरल आवर्त गति को प्रदर्शित करता हैं। यदि प्रत्येक छड़ के दोलनों का आवर्त काल $T_1$ हो तो ,

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{2lI}{\pi r^4 Y}}$$

$$\text{या } T_1^2 = 4\pi^2 \; \frac{2lI}{\pi r4Y}$$

$$\text{या } Y = \frac{8\pi lI}{r4T12} \qquad ...(2.12)$$

सेमी..(2.12) में विभिन्न राशियों के मान रखकर तार के पदार्थ का यंग का प्रत्यास्थता गुणांक का मान ज्ञात कर सकते हैं।

**मरोड़ी दोलन(Torsional oscillations)**

मरोड़ी दोलन प्रेक्षित करने के लिए हम सर्ल के उपकरण को चित्र 2. 3 जैसे समायोजित करते हैं। इस स्थिति में प्रायोगिक तार उर्ध्वाधर(vertical) रहता है। नीचे वाली छड़ को क्षैतिज तल में थोड़ा सा घुमा देते हैं। जिससे तार में ऐंठन उत्पन्न हो जाती है व उपकरण मरोड़ी लोलक(torsional pendulum) की भांति दोलन करने लगता है। छड़ को छोड़ने पर यह छड़ मरोड़ी दोलन करने लगती है। इन दोलनों की सहायता से तार के पदार्थ का अपरूपण गुणांक ज्ञात करते हैं। मरोड़ी दोलनों के आवर्तकाल का मान निम्न सूत्र द्वारा दिया जाता है:-

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{C}} \qquad ...(2.13)$$

जहाँ, $T_2$ मरोड़ी दोलनों का आवर्तकाल, व C, तार के पदार्थ की मरोड़ी दृढ़ता है, जो कि एकांक ऐंठन के लिए आवश्यक बल आघूर्ण के बराबर होती हैं।

$$C = \frac{\eta\pi r^4}{2l}$$

....(2.14)

जहाँ η, अपरूपण गुणांक है। ...(2.14)

सेमी..(2.14) से 'C' का मान सेमी..(2.13) में रखने पर -

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{2lI}{\eta\pi r^4}}$$

या $$\eta = \frac{8\pi lI}{r^4 T_2^2} \qquad ...(2.15)$$

सेमी..(2.15) में विभिन्न राशियों के मान रखकर तार के पदार्थ का अपरूपण गुणांक ज्ञात कर सकते हैं।

**पॉयसन निष्पत्ति(Poisson's ratio)**

प्रत्यास्थता गुणांक Y ,η तथा पॉयसन निष्पत्ति σ के मध्य सम्बन्ध सेमी.(2.7) मे दिया गया हैं। सेमी.(2.7) से-

$$Y = 2\eta(1 + \sigma)$$

$$\because \sigma = \frac{Y}{2\eta} - 1$$

...(2.16)

सेमी.(2.12) व(2.15) से क्रमश: Y तथा η के मान सेमी.(2.16) में रखने पर,

$$\sigma = \frac{T_2^2}{2T_1^2} - 1 \qquad ...(2.17)$$

सेमी.(2.17) में आवर्तकाल $T_1$ व $T_2$ के मान रखकर σ का मान ज्ञात करते हैं।

यदि छड़ें(AB व CD) आयताकार हो तो,

$$I = M\left(\frac{L^2 + B^2}{12}\right) \qquad ...(2.18)$$

जहाँ, M छड़ का द्रव्यमान, L छड़ की लम्बाई तथा B, छड़ की चौड़ाई हैं।

व यदि छड़ें बेलनाकार हों तो,

$$I = M\left(\frac{L^2}{12} + \frac{R^2}{4}\right) \qquad ...(2.19)$$

जहाँ, R छड़ की त्रिज्या हैं।

अत: सेमी.(2.12),(2.15) तथा(2.17) में विभिन्न राशियों के मान प्रयोग द्वारा ज्ञात कर, आप Y, $\eta$ तथा $\sigma$ के मान ज्ञात कर सकते हैं।

प्रायोगिक भौतिकी 19

**बोध प्रश्न(Self assessment questions)**

1. अपरूपण विकृति के लिए लगाया गया बल, वस्तु पर किस प्रकार से आरोपित होता हैं?

-----------------------------------------------------------------------------

-----------------------------------------------------------------------------

2.आवर्तकाल किसे कहते हैं?

-----------------------------------------------------------------------------

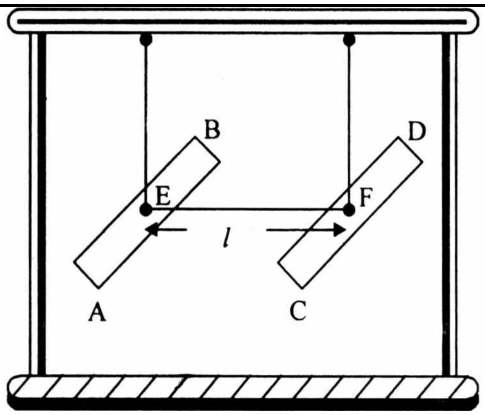
-----------------------------------------------------------------------------

3.ठोस पदार्थो के लिए पॉयसन निष्पत्ति की अधिकतम सीमाएँ क्या होती हैं?

-----------------------------------------------------------------------------

-----------------------------------------------------------------------------

## 2.4 चित्र (Diagram)



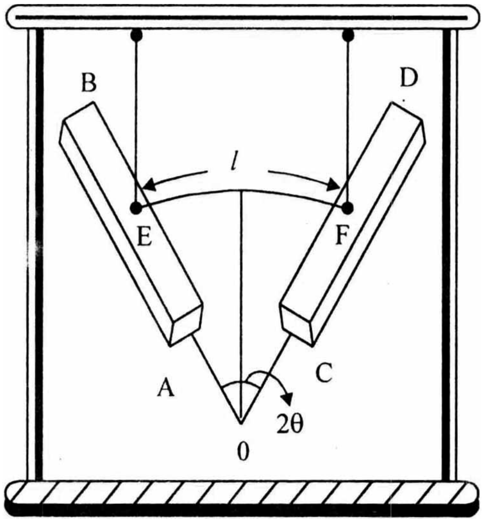
**चित्र 2.1 सर्ल का उपकरण**

**समायोजन**

सर्ल के उपकरण (चित्र 2.1) में धातु की दो छड़े AB तथा CD पूर्णतया: समान अनुप्रस्थ काट के क्षेत्र की होती हैं। ये छड़े वर्गाकार या स्वीकार परिच्छेद की होती हैं। इन छड़ों के

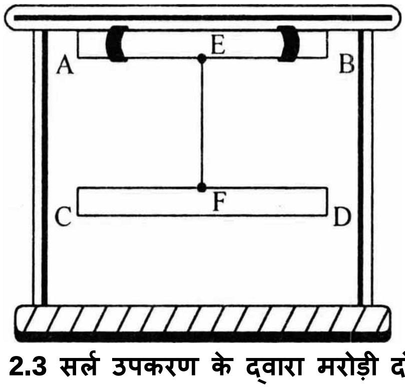
20 प्रायोगिक भौतिकी मध्य बिन्दु क्रमश E व F में प्रायोगिक तार को कस देते हैं। दोनों छड़ों को एक स्थिर आधार से धागों की सहायता से इस प्रकार लटकाया जाता है कि तार तथा छड़ें एक क्षैतिज तल में रहें, अर्थात् दोनों छड़ें परस्पर समान्तर रहनी चाहिए।

**(i) नमन दोलन** :- यदि दोनों छडों के A तथा C सिरों को समान दूरी तक थोड़ा एक दूसरे की ओर खींच कर लाया जाये तो प्रायोगिक तार(EF) चित्र 2.2 के अनुसार एक वृताकार चाप का रूप धरण कर लेता हैं तथा वक्रता केंद्र पर 2θ का कोण बनाता हैं। अब छड़ों के सिरों पर तार व छड़ों के द्वारा एक दूसरे पर उत्पन्न बल के कारण छड़ें क्षैतिज तल में दोलन करने लगती हैं।



**चित्र 2.2 सर्ल उपकरण के द्वारा नमन दोलन**

**(ii)मरोड़ी दोलन** - छड़ों से धागे हटाकर एक छड़(माना AB) को आधार से चित्र 2.3 के अनुसार इस तरह से कस देते हैं कि दूसरी छड़ उसके ठीक नीचे क्षैतिज रहे। इस स्थिति में प्रायोगिक तार उर्ध्वाधर हो जाता हैं। अब नीचे वाली छड़ CD को क्षैतिज तल में थोड़ा सा घुमा देते हैं; जिससे तार में ऐंठन उत्पन्न हो जाती है। छड़ को छोडने पर वह सरल आवर्ती मरोड़ी दोलन करने लगती है।



**चित्र 2.3 सर्ल उपकरण के द्वारा मरोड़ी दोलन**

## 2.5 विधि (Method)

(i) प्रायोगिक तार(EF) की लम्बाई को मीटर पैमाने से नापते हैं।

(ii) स्क्रूगेज की सहायता से तार के भिन्न भिन्न स्थानों पर व्यास नापते हैं तथा तार की माध्य त्रिज्या(r) ज्ञात करते हैं।

(iii) अब दोनों छड़ें(AB तथा CD) की लम्बाई(L) मीटर पैमाने से नाप लेते हैं।

(iv) वर्नियर कैलीपर्स की सहायता से छड़ की चौड़ाई, B,(यदि छड़ें वर्गाकार हैं तो) या व्यास, D =2R,(यदि छड़ें बेलनाकार हैं) ज्ञात करते हैं।

(v) दोनो छड़ों का द्रव्यमान भौतिक तुला से मापते हैं तथा माध्य द्रव्यमान(M) ज्ञात करते हैं।

(vi) प्रायोगिक तार(EF) को दोनो छड़ों के मध्य इस तरह से कसते हैं कि तार में किसी प्रकार का मोड़(bend) या ऐंठन नहीं रहे।

(vii) दृढ़ आधार से दो समान लम्बाई के धागों की सहायता से इस व्यवस्था को क्षैतिज रूप से लटकाते हैं।(चित्र 2.1)

(viii) अब दोनों छड़ों के एक ही तरफ के सिरों(माना A व C) को निकट लाते हैं व दोनों सिरो को धागे के एक लूप(loop) से बाँध देते हैं(चित्र 2.2)।

(ix) अब एक जलती हुई तीली या मोमबत्ती द्वारा धागे के लूप को जलाते हैं, जिससे दोनो छड़े स्वतन्त्र होकर क्षैतिज तल में दोलन करने लगती हैं।

(x) विराम घड़ी(stop watch) की सहायता से 10,15,20,25... दोलनों का समय नोट करते हैं। उसके पश्चात् एक दोलन में लगा समय(आवर्तकाल $T_1$) ज्ञात करते हैं।

(xi) बिन्दु(viii),(ix), तथा(x) पुन: एक बार दोहारते हैं।

(xii) अब निलम्बन धागे(जिनसे छड़ो को लटकाया गया हैं) को हटाकर किसी एक छड़ को दृढ़ आधार पर इस तरह से कसते हैं कि प्रायोगिक तार उर्ध्वाधर रहे तथा दूसरी छड़ के लिए निलम्बन धागे का कार्य करे। दूसरी छड़ क्षैतिज तल में रहनी चाहिए।

(xiii) निलम्बित छड़ को क्षैतिज तल में थोड़ा सा ऐंठन(twist) देकर छोड़ देते हैं। छोड़ने पर यह छड़ दोलन करने लगती है।

(xiv) विराम घड़ी की सहायता से पुन: 10,15,20,25..... दोलनों का समय नोट करते हैं। उसके पश्चात् एक दोलन में लगा समय या आवर्तकाल $T_2$ ज्ञात करते हैं।

(xv) प्रेक्षित तथा नापी गई सभी राशियों के मान सेमी.(2.12),(2.15) तथा(2.17) में रखकर क्रमश: तार के पदार्थ का यंग का प्रत्यास्थता गुणांक अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक तथा पॉयसन निष्पत्ति का मान ज्ञात करते है।

## 2.6 प्रेक्षण (Observations)

(1) प्रायोगिक तार(EF) की लम्बाई(l) ........... मी

(2) तार की त्रिज्या(r) ज्ञात करने के लिए सारणी

(i) स्क्रूगेज के मुख्य पैमाने का एक भाग 'x' = ..................... सेमी

(ii) स्क्रूगेज के वृत्ताकार पैमाने पर भागों की संख्या ‘y’ = ....................

(iii) स्क्रूगेज का अल्पतमांक $\frac{x}{y}$ = ...................... सेमी

| क्रमांक | स्क्रूगेज का पाठ्यांक | माध्य चौड़ाई |
|---|---|---|

| | मुख्य पैमाने का पाठ्यांक(सेमी) (1) | वृताकार पैमाने का पाठ्यांक | | कुल पाठ्यांक (सेमी) (1+2) | ‘b’ (सेमी) |
|---|---|---|---|---|---|
| | | संपातित भाग n | वर्नियर पाठ्यांक $n\times\frac{x}{y}$ (सेमी) (2) | | |
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |

माध्य त्रिज्या r =d/2 = ....... सेमी = ....... मी

(3) छड़(AB या CD) की लम्बाई(L)........... मी

(4) छडों की चौडाई(B) या त्रिज्या(R) ज्ञात करने के लिए सारणी

(i) वर्नियर कैलीपर्स के मुख्य पैमाने का एक भाग x = ..........सेमी

(ii) वर्नियर पैमाने पर भागों की संख्या y = ...........

(iii) वर्नियर कैलीपर्स का अल्पतमांक x/y ............सेमी

| क्रमांक | वर्नियर कैलीपर्स का पाठ्यांक | | | | माध्य चौड़ाई (सेमी) ‘b’ |
|---|---|---|---|---|---|
| | मुख्य पैमाने का पाठ्यांक(सेमी) (1) | वर्नियर पैमाने का पाठ्यांक | | कुल पाठ्यांक (सेमी) (1+2) | |
| | | संपातित भाग n | वर्नियर पाठ्यांक $n\times\frac{x}{y}$ (सेमी) (2) | | |
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |

(5) दोनो छड़ो का औसत द्रव्यमान(M) ........ किग्रा

(6) आवर्तकाल $T_1$ व $T_2$ ज्ञात करने के लिए सारणी

| क्रमांक | दोलनों की संख्या N | नमन दोलनों (सेकण्ड) | | | माध्य $T_1$ (सेकण्ड) | मरोड़ी दोलनों में लगा लगा समय | | | माध्य $T_2$ (सेकण्ड) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | माध्य समय (सेकण्ड) | | 1 | 2 | माध्य समय (सेकण्ड) | |
| 1 | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | |

माध्य $T_1$ = ......... सेकण्ड तथा

$T_2$ = ........ सेकण्ड

## 2.7 गणना व परिणाम (Calculation and result)

**गणना**

(i) छड़ का जड़त्व आघूर्ण(I)

सेमी..(2.18) से

$$I = M\left(\frac{L^2 + B^2}{12}\right)$$

(ii) प्रायोगिक तार के पदार्थ का यंग का प्रत्यास्थता गुणांक(Y)

$$Y = \frac{8\pi l I}{T_1^2 r^4}$$ [सेमी......(2.12)]

(iii) प्रायोगिक तार के पदार्थ का अपरूपण गुणांक(η)

$$\eta = \frac{8\pi l I}{T_1^2 r^4}$$ [ सेमी.....(2.15)]

(iv) पॉयसन निष्पत्ति(σ)

$$\sigma = \frac{T_2^2}{2T_1^2} - 1$$ [सेमी..(2.17)]

उपरोक्त चारों समीकरणों में प्रेक्षण से प्राप्त विभिन्न राशियों के मान रखकर, क्रमशः तार के पदार्थ का Y ,η तथा σ ज्ञात करते हैं।

**परिणाम**

(i) तार के पदार्थ का यंग का प्रत्यास्थता गुणांक Y =.............न्यूटन/मी$^2$ प्राप्त हुआ।

(ii) तार के पदार्थ का अपरूपण गुणांक η.............न्यूटन/मी$^2$ प्राप्त हुआ।

(iii) तार के पदार्थ की पॉयसन निष्पत्ति(σ)=.............

## 2.8 पूर्वावधान एवम् त्रुटियों के स्रोत (Precautions and sources of error)

**पूर्वावधान**

(i) छड़ें एक समान होनी चाहिए।

(ii) प्रायोगिक तार में किसी भी स्थान पर ऐठंन नही होनी चाहिए।

(iii) तार की त्रिज्या(r), Y व η दोनों के सूत्र में चुतर्थ घात में हैं, अत: इसे अत्यन्त सावधानीपूर्वक नापना चाहिए।

(iv) छड़ों के दोलन क्षैतिज तल में होने चाहिए। ये दोलन ऊपर-नीचे नहीं होने . चाहिए।

(v) दोलनों का आयाम कम होना चाहिए।

**त्रुटियों के स्त्रोत**

(i) प्रायोगिक तार में मोड़ व ऐंठन का होना।

(ii) प्रायोगिक तार समान अनुप्रस्थ काट का नहीं हो अर्थात् तार की त्रिज्या सभी स्थानों पर एक समान न हो।

(iii) सर्ल के उपकरण की दोनो छड़ें क्षैतिज तल में नहीं हों।

(iv) छड़े क्षैतिज. तल में दोलन नहीं कर रही हों।

## 2.9 सारांश (Summary)

- सर्ल की विधि, छोटे तथा पतले तार के रूप में प्रायोगिक पदार्थ के प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करने के लिए उपयुक्त विधि है। इस विधि में प्रत्यास्थता गुणांक का मान आवर्तकाल ज्ञात करके निकाला जाता हैं।

## 2.10 शब्दावली (Glossary)

| | |
|---|---|
| अपरूपण विकृति | Shearing strain |
| अनुप्रस्थ विकृति | Lateral strain |
| अनुदैर्ध्य विकृति | Longitudinal strain |
| आवर्तकाल | Time period |
| ज्यामितीय जड़त्व आघूर्ण | Geometrical moment of inertia |
| प्रत्यास्थता | Elasticity |
| प्रतिबल | Stress |
| बकंन | Bending |
| बंकन आघूर्ण | Bending moment |
| मरोड़ी दोलन | Torsional oscillations |
| सरल दोलन | Simple oscillations |

## 2.11 संदर्भ ग्रन्थ (Reference books)

| | | |
|---|---|---|
| D.S. Mathur | Elements of Properties of Matter | S.Chand & Co., Delhi |
| जगदीश चन्द्र उपाध्याय | यांत्रिकी एवम् पदार्थ के गुण | रामनाथ एण्ड सन्स, आगरा |
| सक्सेना, सिंह, रावत व सक्सेना | यांत्रिकी | कॉलेज बुक हाऊस, जयपुर |
| सक्सेना, सिंह, | प्रायोगिक भौतिकी | कॉलेज बुक हाऊस, जयपुर |

## 2.12 बोध प्रश्नों के उत्तर (Answers to self assessment questions)

1. अपरूपण विकृति के लिये लगाया गया बल वस्तु पर स्पर्श रेखीय आरोपित होता है।
2. एक दोलन में लगा समय आवर्तकाल कहलाता है।
3. ठोस पदार्थों के लिये पायसन निष्पत्ति की अधिकतम सीमा 1 से 0.5 तक होती है।

## 2.13 मौखिक प्रश्न तथा उत्तर (Oral questions and answers)

1. अपरूपण गुणांक किसे कहते हैं?

उत्तर: प्रत्यास्थता की सीमा में, किसी पदार्थ में प्रतिबल तथा अपरूपण विकृति के अनुपात को अपरूपण गुणांक कहते हैं।

2. अपरूपण विकृति किसे कहते हैं?

उत्तर: बल आरोपित होने पर वस्तु के आकार में परिवर्तन हुए बिना यदि आकृति में परिवर्तन होता है तो उसे अपरूपण विकृति कहते हैं।

3. प्रयोग द्वारा Y व $\eta$ का मान ज्ञात करते समय क्या दोलनों की प्रकृति समान होती हैं ?

उत्तर: नहीं, Y का मान ज्ञात करते समय दोलन नमन दोलन होते हैं जबकि $\eta$ का मान ज्ञात करते समय दोलन मरोड़ी दोलन होते हैं।

4. सर्ल की विधि, अन्य विधियों से बेहतर क्यों है?

उत्तर: क्योंकि इस विधि से सभी प्रत्यास्थता गुणांकों के मान ज्ञात किये जा सकते हैं।

5. सर्ल की विधि से आयतन प्रत्यास्थता गुणांक कैसे ज्ञात कर सकते हैं ?

उत्तर: चूंकि प्रत्यास्थ स्थिरांको में निम्न सम्बन्ध होता है- $Y = 3K(1 - 2\sigma)$

उपरोक्त समीकरण में सर्ल विधि से प्राप्त Y व $\sigma$ का मान रखकर आयतन प्रत्यास्थता गुणांक(K) का मान ज्ञात कर सकते हैं।

6. छड़ों का जड़त्व आघूर्ण अधिक क्यों होना चाहिए?

उत्तर: छड़ों का जड़त्व आघूर्ण अधिक होने से छड़ों के दोलनों का आवर्तकाल अधिक होगा जिससे आवर्तकाल ज्ञात करने में त्रुटि कम होगी।

7. मरोड़ी दृढ़ता किसे कहते हैं?

उत्तर: एकांक ऐठंन के लिए वस्तु पर लगाये जाने वाले बल आघूर्ण को मरोड़ी दृढ़ता कहते हैं।

# प्रयोग - 3

# मैक्सवेल सुई के द्वारा किसी तार के पदार्थ का अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करना

# (To determine the modulus of rigidity of the material of a wire by Maxwell's needle)

**प्रयोग की रूपरेखा**

3.0 उद्देश्य
3.1 प्रस्तावना
3.2 आवश्यक उपकरण
3.3 सिद्धान्त
3.4 चित्र
3.5 विधि
3.6 प्रेक्षण
3.7 गणना व परिणाम
3.8 पूर्वावधान एवम् त्रुटियों के स्रोत
3.9 सारांश
3.1.0 शब्दावली
3.11 संदर्भ ग्रन्थ
3.12 बोध प्रश्नों के उत्तर
3.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर

## 3.0 उद्देश्य (Objectives)

इस प्रयोग को करने के पश्चात् आप

- ठोस बेलन का जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कर सकेंगे;
- खोखले बेलन का जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कर सकेंगे,
- ठोस व खोखले, दोनों प्रकार के बेलनों का जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कर, तुलनात्मक अध्ययन कर सकेंगे
- समान्तर(parallel) अक्षों के प्रमेय का उपयोग कर, इसे समझ सकेंगे।

## 3.1 प्रस्तावना (Introduction)

पिछले दो प्रयोगों(प्रयोग 1 व 2) में आप प्रत्यास्थता गुणांकों के बारे अध्ययन कर चुके हैं। किसी भी वस्तु के पदार्थ के विभिन्न प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करने के लिए अनेक प्रायोगिक विधियाँ प्रचलित हैं। जैसें - बकंन विधि से यंग का प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करना, सर्ल विधि, स्थैतिक

विधि(statical or bortan method), गति विधि(dynamical method) या मैक्सवेल सुई(Maxwell’s needle) इत्यादि। इनमे से प्रथम दो विधियाँ, हम पूर्व के दो प्रयोगो में उपयोग में ले चुके हैं। यहाँ आप एक अन्य विधि, मैक्सवेल सुई की सहायता से तार के पदार्थ का अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करेगें। यह विधि मरोड़ी लोलक(torsional pendulum) के सिद्धान्त पर आधारित है। इस प्रयोग के मुख्य उद्देश्य के साथ-साथ आप अन्य महत्वपूर्ण भौतिक राशियाँ जैसे जड़त्व आघूर्ण(moment of inertia), आवर्तकाल आदि तथा प्रमेय जैसे समान्तर अक्षों का प्रमेय इत्यादि का भी अध्ययन कर सकते हैं।प्रयोग करने के लिए आवश्यक उपकरणों की सूची अनुच्छेद 3.2 में दी गयी हैं। प्रयोग से सम्बन्धित भौतिक सिद्धान्त का संक्षिप्त विवरण अनुच्छेद 3.3 में दिया गया हैं। अनुच्छेद 3.4 में मैक्सवेल सुई की दो स्थितियों के चित्र दिये गये है। प्रयोग करने की बिन्दुवार विधि अनुच्छेद 3.5 में समझाई गयी हैं। अनुच्छेद 3.6 में विभिन्न प्रेक्षणों के लिए सारणी दी गयी हैं। अनुच्छेद 3.? में गणना की आवश्यक जानकारी तथा परिणाम दिये गये है। प्रयोग करने के दौरान पूर्वावधान तथा त्रुटियों के स्रोतों का अनुच्छेद 3.8 में उल्लेख किया गया हैं। अनुच्छेद 3.9 में प्रयोग का सारांश दिया गया है। प्रयोग में काम में ली गयी महत्वपूर्ण शब्दावली तथा सदंर्भ ग्रन्थ क्रमश: अनुच्छेद 3.10 तथा 3.11में दिये गये हैं।अनुच्छेद 3.12 में पूछे गये बोध प्रश्नों के उत्तर दिये गये हैं।अन्त में प्रयोग से सम्बन्धित मौखिक प्रश्न तथा उनके उत्तर अनुच्छेद 3.13 में दिये गये हैं।

## 3.2 आवश्यक उपकरण (Apparatus required)

मैक्सवेल सुई (Maxwell’s needle), सुग्राही घड़ी, मीटर पैमाना(scale),स्क्रूगेज, भौतिक तुला(physical balance),बाट - बाक्स आदि।

## 3.3 सिद्धान्त (Theory)

जब किसी वस्तु पर स्पर्शरेखीय बल आरोपित किया जाता हैं तो वस्तु के आकार(size) में परिवर्तन हुए बिना आकृति(shape) में परिवर्तन होता हैं तो वस्तु में अपरूपण विकृति(shearing strain) उत्पन्न होती हैं। स्पर्शखीय प्रतिबल(tangential stress)तथा अपरूपण विकृति के अनुपात को अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक(modulus of rigidity) कहते हैं। इस प्रयोग में हम मैक्सवेल सुई(Maxwell’s needle) की सहायता से पदार्थ का अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करेंगे।इस प्रयोग में भी प्रायोगिक पदार्थ, तार के रूप में ही होता हैं।

मैक्सवेल सुई का प्रयोग, सुई के मरोड़ी दोलन(torsional oscillations)के सिद्धान्त पर आधारितं हैं। यहाँ सुई एक ऐंठन लोलक(torsional pendulum) की तरह व्यवहार करती है। जब सुई को क्षैतिज तल मे तार के सापेक्ष दोलन कराया जाता हैं तो, दोलन का आवर्तकाल(time period),तार के पदार्थ के अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक पर निर्भर करता हैं।मैक्सवेल सुई को दो विभिन्न स्थितियों में दोलन कराया जाता है। ये स्थितियाँ निम्न है :-

(a) मैक्सवेल सुई के अन्दर समान लम्बाई के चार बेलन(दो ठोस तथा दो खोखले बेलन) इस तरह से रखते हैं कि दोनों खोखले बेलन अन्दर की ओर तथा दोनों ठोस बेलन बाहर की ओर रहे। अब प्रायोगिक तार को सुई के मध्य से इस प्रकार से लटकाते हैं कि मैक्सवेल सुई क्षैतिज तल में रहे(चित्र 31)।

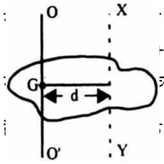
अब मैक्सवेल सुई को क्षैतिज तल में थोड़ा-सा ऐंठन(twist) देकर छोड़ देने पर सुई तार के सापेक्ष दोलन करना प्रारम्भ कर देती है। यदि इन दोलनों का आवर्तकाल $T_1$ हो तो-

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{C}} \qquad ...(3.1)$$

जहाँ, $I_1$ इस स्थिति(चित्र 3.1) में मैक्सवेल सुई का तार के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण है तथा C, तार के पदार्थ की मरोड़ी दृढ़ता(torsional rigidity) हैं-

$$C = \frac{\eta\pi r^4}{2l} \qquad ...(3.2)$$

यहीं,G, पिण्ड का गुरूत्व केन्द्र हैं। यदि OO' अक्ष के सापेक्ष पिण्ड का जगत् आघूर्ण $I_g$ हो तो XY अक्ष के



l-

$+ Md^2$

्यमान

मध्य

दूरी है।

यहाँ, η, तार के पदार्थ का अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक, r तार की त्रिज्या तथा l, तार की लम्बाई हैं।

यदि मैक्सवेल सुई के अक्ष के लम्बवत्, केन्द्र से गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष, सुई, ठोस बेलन तथा खोखले बेलन का जड़त्व आघूर्ण क्रमशः $I_0$,$I_S$ तथा $I_H$ हो तो चित्र 3.1 की स्थिति में मैक्सवेल सुई का तार के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण($I_1$) निम्न होगा -

$$I = I_0 + 2\left[I_H + M_H\left(\frac{L}{8}\right)^2\right] + 2\left[I_s + M_s\frac{3L^2}{8}\right] \qquad ...(3.3)$$

सेमी.(3.3) में द्वितीय तथा तृतीय पद समानान्तर अक्षों के प्रमेय का उपयोग करके ज्ञात किये गये हैं। समी.(3.3) में L, मैक्सवेल सुई की लम्बाई है। $M_S$ तथा $M_H$ क्रमशः ठोस तथा

खोखले बेलन के द्रव्यमान हैं। चारों बेलनों की लम्बाइयां(L/4) समान हैं। दोनों ठोस बेलन तथा दोनों खोखले बेलन समरूप हैं।

(b) अब मैक्सवेल सुई में खोखले तथा ठोस बेलनों की स्थिति में परस्पर परिवर्तन कर देते हैं अर्थात अब ठोस बेलन अन्दर की ओर तथा खोखले बेलन बाहर की ओर रखते हैं(चित्र 3.2)। अब पुनः सुई को क्षैतिज तल में थोडा ऐंठन देकर छोड़ देने पर सुई तार के सापेक्ष दोलन करने लगती है। यदि इस स्थिति में दोलनों का आवर्तकाल $T_2$, हो तो-

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{C}} \qquad ...(3.4)$$

समान्तर अक्षों का प्रमेय:

जहाँ, $I_2$, चित्र 3.2 की स्थिति में मैक्सवेल सुई का तार के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण हैं तथा C, तार के पदार्थ की मरोड़ी दृढ़ता हैं। समी.(3.2) में "C" का मान दिया गया है। समी.(3.3) के. अनुसार हीं $I_2$ का मान -

$$I_2 = I_0 + 2\left[I_s + M_s\frac{L}{8}\right]^2 + 2\left[I_H + M_H\frac{3L}{8}\right]^2 \qquad ...(3.5)$$

अब समी.(3.1) व(3.4) का क्रमशः वर्ग करने पर -

$$T_1^2 = 4\pi^2\frac{I_1}{C} \qquad ...(3.6)$$

व $T_2^2 = 4\pi^2 \frac{I_2}{C}$ ...(3.7)

समी.(3. 6) में से समी.(3. 7) का घटाने पर -

$$T_1^2 - T_2^2 = \frac{4\pi^2}{C}(I_1 - I_2)$$

या $$C = \frac{4\pi(I_1 - I_2)}{(T_1^2 - T_2^2)}$$ ...(3.8)

$$C = \frac{4\pi^2}{(T_1^2 - T_2^2)}$$

$$\left[\frac{2L^2}{64}\{M_H + 9M_S - M_S - 9M_H\}\right]$$

$$C = \frac{8\pi^2}{64(T_1^2 - T_2^2)}[8M_S - 8M_H]$$

समी.(3. 3) व(3. 5) से क्रमश: $I_1$ व $I_2$ के मान रखने पर -

$$C = \frac{4\pi^2}{(T_1^2 - T_2^2)}\left[I_0 + 2I_H + 2M_H \frac{L}{8}\right]^2 + 2I_s + 2M_s\left(\frac{3L}{8}\right)^2$$

$$-I_0 - 2I_s - 2M_s\left(\frac{L}{8}\right)^2 - 2I_H - 2M_H\left(\frac{3L}{8}\right)^2$$

या $$C = \frac{\pi^2(M_s - M_H)L^2}{(T_1^2 - T_2^2)}$$ ...(3. 9)

समी.(3. 2) में समी.(3. 9) से C का मान रखने पर -

$$\frac{\eta\pi r^4}{2l} = \pi^2 \frac{(M_s - M_H)L^2}{(T_1^2 - T_2^2)}$$

या $$\eta = \frac{2\pi l(M_s - M_H)L^2}{r^4(T_1^2 - T_2^{2)}}$$ ...(3.10)

प्रयोग से विभिन्न राशियों के मान ज्ञात कर समी.(3.10) में रखकर, तार के पदार्थ का अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करते हैं।

**बोध प्रश्न (Self assessment questions)**

1. समानान्तर अक्षो के प्रमेय की परिभाषा लिखिये।

--------------------------------------------------------------------------------

--------------------------------------------------------------------------------

--------------------------------------------------------------------------------

2. मरोड़ी दोलन किसे कहते हैं?

--------------------------------------------------------------------------------

--------------------------------------------------------------------------------

--------------------------------------------------------------------------------

3. जड़त्व आर्दा की परिभाषा दीजिये। यह किन कारकों पर निर्भर करता हैं?

--------------------------------------------------------------------------------

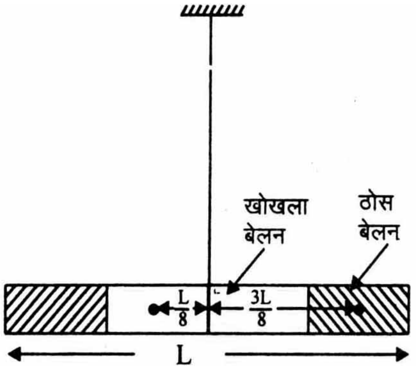
--------------------------------------------------------------------------------

--------------------------------------------------------------------------------

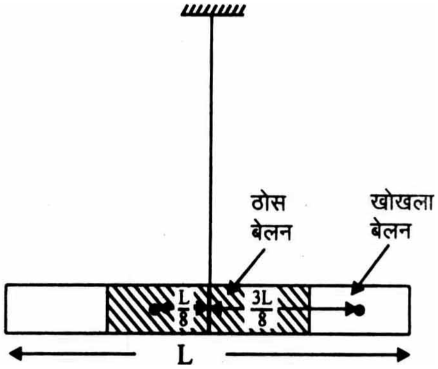
## 3.4 चित्र (Diagram)

मैक्सवेल सुई, एक खोखली बेलनाकार नली होती है, जिसके दोनों सिरे खुले हुए होते हैं। मैक्सवेल सुई में चार समान लम्बाई के बेलन समाहित होते हैं अर्थात प्रत्येक बेलन की लम्बाई मैक्सवेल सुई की लम्बाई की एक चौथाई होती हैं। चार बेलनों में से दो ठोस तथा दो खोखले बेलन होते हैं। दोनों ठोस तथा दोंनों खोखले बेलन समरूप तथा समान द्रव्यमान के होते हैं। चारो बेलनों की त्रिज्या(radius), मैक्सवेल सुई की आन्तरिक त्रिज्या के बराबर होती हैं:। मैक्सवेल सुई के मध्य में प्रायोगिक तार लटकाते हैं तथा इस सम्पूर्ण व्यवस्था को एक दृढ़ क्षैतिज आधार से इस प्रकार लटकाते हैं कि मैक्सवेल सुई क्षैतिज रहे। मैक्सवेल सुई को दो स्थितियों में दोलन कराते हैं। प्रथम स्थिति में मैक्सवेल सुई में अन्दर की ओर दोनों खोखले बेलन तथा बाहर की ओर दोनों ठोस बेलन रखते हैं (चित्र 3.1)।

द्वितीय स्थिति, चित्र 3.2 में सुई में अन्दर की ओर दोनों ठोस बेलन तथा बाहर की ओर दोनों खोखले बेलन रखते हैं।



**चित्र 3.1**



**चित्र 3.2**

## 3.5 विधि (Method)

(i) मैक्सवेल सुई की लम्बाई(L) मीटर पैमाने से नापते हैं।

(ii) दोनों प्रकार के बेलनों(ठोस व खोखला) का द्रव्यमान($M_S$ व $M_H$) भौतिक तुला से ज्ञात करते हैं।

(iii) प्रायोगिक तार, जिसका अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करना हैं, की लम्बाई(l), मीटर पैमाने से नापते हैं।

(iv) स्क्रूगेज के द्वारा, तार की त्रिज्या(r) भिन्न - भिन्न स्थानों से व्यास(diameter) नाप कर ज्ञात करते हैं।

(v) मैक्सवेल सुई के अन्दर वाले भाग में दो खोखले बेलन तथा बाहर वाले भाग में ठोस बेलन रखते हैं।

(vi) मैक्सवेल सुई को क्षैतिज तल में थोड़ा सा ऐंठन(twist) देकर छोड़ते है, जिससे सुई, तार के सापेक्ष दोलन करने लगती है। सुग्राही घड़ी द्वारा, 10,20, तथा 30 दोलनों के लिए समय(time) नोट करते हैं व फिर एक दोलन के लिए आवर्तकाल($T_1$) ज्ञात करते हैं।

(vii) अब मैक्सवेल सुई के अन्दर वाले भाग में दोनों ठोस बेलन तथा बाहर वाले भाग में दोनों खोखले बेलन रखते हैं तथा मैक्सवेल सुई को पुन: क्षैतिज तल में थोडा-सा ऐंठन देकर छोड देते हैं। मैक्सवेल सुई के दोलन करने पर 10,20 तथा 30 दोलनों के लिए पुन: सुग्राही घड़ी द्वारा समय नोट करते हैं व एक दोलन में लगा समय(आवर्तकाल $T_2$) ज्ञात करते हैं।

(viii) प्रयोग से प्राप्त राशियों के मान समी.(3.10) में रखकर के पदार्थ का अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करते हैं।

## 3.6 प्रेक्षण (Observations)

(1) मैक्सवेल सुई की लम्बाई(L) = ———— मी

(2) ठोस बेलन का द्रव्यमान($M_S$)= ———— किग्रा

(3) खोखले बेलन का द्रव्यमान($M_H$) = ——— किग्रा

(4) प्रायोगिक तार की लम्बाई(l)= ———— मी

(5) प्रायोगिक तार की त्रिज्या(r) ज्ञात करने के लिए सारणी :

(i) स्क्रूगेज के मुख्य पैमाने का एक भाग 'x' = ..................... सेमी

(ii) स्क्रूगेज के वृत्ताकार पैमाने पर भागों की संख्या ‘y’ = ...................

(iii) स्क्रूगेज का अल्पतमांक x/y = ...................... सेमी

| क्रमांक | स्क्रूगेज का पाठ्यांक | | | | माध्य व्यास (सेमी) |
|---|---|---|---|---|---|
| | मुख्य पैमाने का पाठ्यांक (1) | वृताकार पैमाने का पाठ्यांक | | कुल पाठ्यांक (सेमी) (1+2) | |
| | | संपातित भाग n | वृताकार पाठ्यांक $n\times\frac{x}{y}$ (सेमी) (2) | | |
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |

माध्य त्रिज्या r =....... सेमी

(6) आवर्तकाल $T_1$ व $T_2$ ज्ञात करने के लिए सारणी

| क्रमांक | दोलनों की संख्या | सुई के सिरों पर साथ ठोस बेलनों के दोलनों में लगा समय | | | | सुई के सिरों पर साथ खोखले बेलनों के साथ दोलनों में लगा समय | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | माध्य | $T_1$ | 1 | 2 | माध्य | $T_2$ |

| | | (से) | (से) | समय | (से) | (से) | (से) | समय | (से) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 10 | | | | | | | | |
| 2. | 20 | | | | | | | | |
| 3. | 30 | | | | | | | | |

1. माध्य $T_1$ = ......... सेकण्ड तथा

$T_2$ = ........सेकण्ड

## 3.7 गणना व परिणाम (Calculation and result)

**गणना**

समी.(3.10) से, तार के पदार्थ का अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक-

$$\eta = \frac{2\pi l(M_s - M_H)L^2)}{r^4(T_1^2 \ - T_2^2)}$$

जहाँ $\pi$ = 3.14

उपरोक्त समीकरण में प्रयोग से प्राप्त विभिन्न राशियों के मान रखकर तार के पदार्थ का अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करते हैं।

**परिणाम**

तार के पदार्थ का अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक $\eta$ = ———— न्यूटन/मी$^2$ प्राप्त हुआ।

## 3.8 पूर्वावधान एवम् त्रुटियों के स्रोत (Precautions and sources of errors)

**पूर्वावधान**

(i) प्रायोगिक तार समान अनुप्रस्थ काट का होना चाहिए।

(ii) प्रायोगिक तार की लम्बाई अधिक होनी चाहिए।

(iii) मैक्सवेल सुई के दोलन क्षैतिज तल में होने चाहिए।

(iv) तार की त्रिज्या(r) चतुर्थ घात($r^4$) में आती हैं। अत: इसको अत्यन्त सावधानी पूर्वक नापना चाहिए।

(v) सुई के दोलन प्रत्यास्थता की सीमा मे होने चाहिए अर्थात दोलन का आयाम कम होना चाहिए।

**त्रुटियों के स्रोत**

(i) प्रायोगिक तार समान अनुप्रस्थ काट नहीं हो अर्थात् तार की त्रिज्या सब जगह समान नहीं हो।

(ii) मैक्सवेल सुई पूर्णतया क्षैतिज तल में निलम्बित नहीं हो।

(iii) मैक्सवेल सुई के दोलन क्षैतिज तल में नहीं होकर ऊपर-नीचे हों।

(iv) प्रायोगिक भौतिकी 35

## 3.9 सारांश (Summary)

मैक्सवेल सुई, एक मरोड़ी दोलन की तरह व्यवहार करती हैं। सुई थोड़ा ऐंठन देने पर सुई मरोड़ी दोलन करने लगती हैं। दोलन का आवर्तकाल, तार के पदार्थ के अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक पर निर्भर करता हैं।

## 3.10 शब्दावली (Glossary)

| | |
|---|---|
| अपरूपण विकृति | Shearing strain |
| अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक | Modulus of rigidity |
| आवर्तकाल | Time period |
| ऐठन | Twist |
| खोखला | Hollow |
| जड़त्व आघूर्ण | Moment of inertia |
| ठोस | Solid |
| दोलन | Oscillation |
| बेलन | Cylinder |
| मरोड़ी दोलन | Torsional oscillation |
| मरोड़ी दृढ़ता | Torsional rigidity |
| समांतर | Parallel |
| समरूप | Uniform |
| स्पर्शरेखीय | Tangential |

## 3.11 संदर्भ ग्रन्थ (Reference books)

| | | |
|---|---|---|
| D.S.Mathur | Elements of Properties of Matter | S. Chand & Sons New Delhi |
| जगदीश चन्द्र उपाध्याय | यांत्रिकी | रामप्रसाद एण्ड संस ,आगरा |
| सक्सेना, सिंह, रावत एवम् सक्सेना | यांत्रिकी | कॉलेज बुक हॉउस, जयपुर |
| सक्सेना, सिंह, रावत एवम् सक्सेना | प्रायोगिक भौतिकी बी. एस. सी पार्ट-1 | कॉलेज बुक हाउस, जयपुर |

## 3.12 बोध प्रश्नो के उत्तर (Answers to self assessment questions)

1. किसी घूर्णन अक्ष के सापेक्ष किसी पिण्ड का जड़त्व आघूर्ण, पिण्ड के गुरूत्व केन्द्र से गुजरने वाली समान्तर अक्ष के सापेक्ष पिण्ड के जड़त्व आघूर्ण तथा उसके द्रव्यमान व दोनों समान्तर अक्षों के मध्य दूरी के वर्ग के गुणनफल के योग के बराबर होता हैं।

2. जब भी किसी पिण्ड को निलम्बन तार के सापेक्ष थोड़ा सा ऐंठन देकर स्टोड्' देते हैं तो पिण्ड के तार के सापेक्ष दोलन को मरोड़ी दोलन कहते हैं।

3. किसी पिण्ड की अवस्था(स्थिर अवस्था या घूर्णन गतिशील अवस्था) में परिवर्तन करने के लिए पिण्ड पर एक बल आघूर्ण आरोपित करना पड़ता हैं। पिण्ड के इस गुण को घूर्णी जद्धत्व कहते हैं व इसको नापने के लिए प्रयुक्त भौतिक राशि को घूर्णन अक्ष के प्रति जड़त्व आघूर्ण कहते हैं। जड़त्व आघूर्ण, द्रव्यमान के साथ घूर्णन अक्ष क सापेक्ष द्रव्यमान वितरण पर भी निर्भर करता हैं।

## 3.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर (Oral questions and answers)

1. मैक्सवेल सुई का प्रयोग किस सिद्धान्त पर आधारित है?

उत्तर : मैक्सवेल सुई का प्रयोग मरोड़ी दोलनों के सिद्धान्त पर आधारित हैं। जब भी सुई को प्रायोगिक तार के सापेक्ष क्षैतिज तल में दोलन कराते हैं तो दोलनों का आवर्त काल, तार के पदार्थ के अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक पर निर्भर करता है।

2. मैक्सवेल सुई के दोलन का आवर्तकाल किन कारकों पर निर्भर करता है?

उत्तर : मैक्सवेल सुई के दोलन का आवर्तकाल(1) तार की लम्बाई,(2) तार की त्रिज्या,(3) तार के पदार्थ की प्रकृति तथा(4) सुई के तार के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण पर निर्भर करता हैं।

3. मैक्सेवेल सुई में ठोस तथा खोखले बेलनों की स्थिति में परस्पर परिवर्तन करने पर सुई के दोलनों का आवर्तकाल क्यों परिवर्तित हो जाता है ?

उत्तर : चूंकि आवर्तकाल सुई के जड़त्व आघूर्ण पर निर्भर करता हैं तथा जड़त्व आघूर्ण द्रव्यमान वितरण पर निर्भर करता हैं। अत: बेलनों की स्थिति परस्पर परिवर्तित करने पर जड़त्व आघूर्ण में परिवर्तन हो जाता हैं, फलस्वरूप आवर्तकाल भी परिवर्तित हो जाता हैं।

4. अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक किन कारकों पर निर्भर करता हैं?

उत्तर : अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक सिर्फ पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता हैं।

# प्रयोग-4

# साँख्यिकी बोर्ड द्वारा यादृच्छिक-क्षय का अध्ययन करना तथा क्षयांक का मान ज्ञात करना

# (To study the random decay using a statistical board and determine the value of decay constant)

प्रयोग की रूपरेखा

4.0 उद्देश्य
4.1 प्रस्तावना
4.2 आवश्यक उपकरण
4.3 सिद्धान्त
4.4 चित्र
4.5 विधि
4.6 प्रेक्षण
4.7 गणना व परिणाम
4.8 पूर्वावधान एवम् त्रुटियों के स्रोत
4.9 सारांश
4.10 शब्दावली
4.11 संदर्भ ग्रन्थ
4.12 बोध प्रश्नों के उत्तर
4.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर

## 4.0 उद्देश्य (Objectives)

इस प्रयोग को करने के पश्चात् आप

- यादृच्छिक क्षय की प्रक्रिया को समझ सकेंगे;
- प्रायिकता की अवधारणा की जानकारी प्राप्त कर सकेंगे;
- अर्धआयु तथा औसत आयु ज्ञात कर सकेंगे;
- यादृच्छिक क्षय के एक उदाहरण, रेडियोएक्टिव विघटन(radioactive decay) की प्रक्रिया को समझ सकेंगे;
- साँख्यिकी के. कुछ पद(terms), जैसे प्रायिकता(probability), प्रसम्भाव्य त्रुटि(probable error), माध्य(mean), आदि की जानकारी प्राप्त कर सकेंगे।

## 4.1 प्रस्तावना (Introduction)

प्रकृति में संभव हो सकने वाली कुछ घटनाएँ केबल संयोगिक होती हैं। येघटनाएँ निकाय की भौतिक व रसायनिक अवस्था पर निर्भर नहीं करती हैं। ये घटनाएँ केबल प्रारम्भिक अवस्था पर निर्भर करती हैं। इस प्रकार की घटनाओं को याद्दच्छिक घटनाएँ(random events) कहते हैं। ये घटनाएँ प्रायिकता(probability) के नियम का पालन करती हैं।इस प्रकार की घटनाओं के अनेक उदाहरण हैं जैसे - एक सिक्के को ऊपर उछालने पर नीचे आने के बाद उसकी दोनों सतहों(head and tail) के ऊपर आने की बराबर(समान) सम्भावना(प्रायिकता) होती हैं।पूर्व में यह अनुमान नहीं लगाया जा सकता हैं कि कौन सी सतह ऊपर आयेगी। इसी प्रकार एक प्रचलित खेल, लूडो(Ludo) साँप-सीढ़ी(Snake and ladder) में पासा फेंकने पर उसकी छहों सतहों(1, 2,3,4,5 व 6) के ऊपर आने की बराबर प्रायिकता होती है। एक अन्य घटना रेडियोऐक्टिवता है, जिसके बारे में आपको पर्याप्त जानकारी है। रेडियोऐक्टिव क्षय(radioactive decay) में परमाणुओं का स्वत: विघटन होता है, परन्तु यह निश्चित नहीं होता हैं कि कौन सा परमाणु कब विघटित होगा।सभी परमाणुओं के क्षय होने की बराबर सम्भावनाएँ होती हैं। इस प्रयोग में आप इसी प्रकार की घटनाएँ अर्थात याद्दच्छिक क्षय(random decay) के बारे में अध्ययन करेगें। ये घटनाएँ, जिन नियमों पर आधारित है, उन नियमों(मुख्य रूप से प्रायिकता का नियम) का अध्ययन करेगें।याद्दच्छिक क्षय का अध्ययन करने के लिये हम रेडियोऐक्टिव क्षय के तुल्य(equivalent) एक अन्य घटना, जिसमें 100 समरूप घनों(cubes) को एक साँख्यिकी बोर्ड(statistical board) पर फेंकते हैं का उपयोग करते हैं व क्षय की दर ज्ञात करते हैं। इस घटना का अध्ययन करने के साथ-साथ आप इस प्रयोग से अन्य महत्वपूर्ण जानकारी प्राप्त कर सकते हैं। इनका सूचीबद्ध उल्लेख अनुच्छेद 4.0 किया गया है।प्रयोग करने के लिए आवश्यक उपकरणों की सूची अनुच्छेद 4.2 में दी गयी है। याद्दच्छिक क्षय की घटना, प्रायिकता के नियम का पालन करती हैं।इस नियम से सम्बन्धित सिद्घान्त अनुच्छेद 4.3 में समझाया गया हैं। अनुच्छेद 4.4 में याद्दच्छिक क्षय का अध्ययन करने के लिए आवश्यक बोर्ड व घन के चित्र प्रदर्शित किये गये हैं।अनुच्छेद 4.5 में प्रयोग की विधि तथा प्रेक्षण सारणी अनुच्छेद 4.6 में दी गयी हैं।अनुच्छेद 4.7 में गणना की आवश्यक जानकारी तथा परिणाम दिये गये हैं। प्रयोग करने के समय लिये जाने वाले पूर्वावधानो तथा त्रुटियों के स्रोतों का उल्लेख अनुच्छेद 4.8 में किया गया है। अनुच्छेद 4.9 में प्रयोग का सारांश दिया गया है।इस प्रयोग में उपयोग में आये महत्वपूर्ण शब्दों को अनुच्छेद 4.10 में शब्दावली के रूप में दिया गया हैं। अनुच्छेद 4.11 में संदर्भ ग्रन्थों की डूबा दी गयी हैं। अनुच्छेद4.12 में बोध प्रश्नों के उत्तर दिये गये हैं। अन्त में प्रयोग से संबन्धित मौखिक प्रश्न व उनके उत्तर अनुच्छेद 4.13 में दिये गये है।

## 4.2 आवश्यक उपकरण (Apparatus required)

एक साँख्यिकी बोर्ड(statistical board), 100 समरूप घन(uniform cubes) जिनके, पृष्ठों पर क्रमश: A,B,C,D,E व F लिखा हुआ हो, एक पात्र(डिब्बा) जिसमें घनों को डालकर अच्छी तरह से हिलाया जा सके।

## 4.3 सिद्धान्त (Theory)

जैसा कि आप पढ़ चुके हैं कि रेडियोएक्टिव विघटन एक यादृच्छिक प्रक्रिया होती है तथा प्रायिकता के नियम का पालन करती हैं।1902 में रदरफोर्ड तथा सीडी(Rutherford and Soddy) ने प्रयोग द्वारा यह प्रेक्षित किया कि विघटन(या क्षय) की दर पदार्थ की भौतिक व रसायनिक अवस्था पर निर्भर नहीं करके केवल प्रारम्भिक स्थिति पर निर्भर करती हैं। चूंकि क्षय संतत रुप से होता रहता हैं अत: अविघटित कणों की संख्या लगातार बदलती रहती है, जिसके फलस्वरुप क्षय की दर (rate of decay) भी समय के साथ परिवर्तित होती रहती है। विघटन की दर, उस समय अविघटित कणों की संख्या के समानुपाती होती है।

माना किसी समय "t" पर अविघटित कणों की सखियाँ N है व N कणों में से यदि 'dN' कण समयान्तराल "dT" में विघटित हो जाये तो

$$-\frac{dN}{dt}\alpha N$$

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \qquad ...(4.1)$$

यहाँ, ऋणात्मक चिन्ह यह प्रदर्शित करता हैं कि कणो की सख्याँ, समय के साथ कम हो रही हैं। "λ" एक स्थिरांक है, जिसे क्षयांक(decay constant) कहते हैं। क्षयांक का मान प्रत्येक पदार्थ के लिए भिन्न-भिन्न होता हैं। क्षयांक(λ), किसी समय पर कणों के विघटन की दर व उसी समय पर उपस्थित कणों की कुल सख्याँ के अनुपात के बराबर होता हैं।

समी.(4. 1) से

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \qquad ...(4.2)$$

समाकलन से

$$\int \frac{dN}{N} = -\int \lambda dt \qquad ...(4.3)$$

$$log_e N = -\lambda t + C$$

यदि प्रारम्भ में अर्थात $t = 0$, पर कणे की संख्या $N_0$ हो तो -

$\log_e N_0 = 0 + C$

$\therefore C = \log_e N_0$

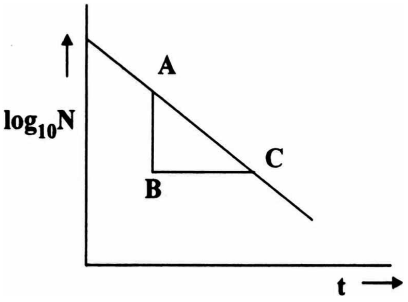
यहाँ, "C " समाकलन नियतांक है, जिसका मान $\log_e N_0$ है।

समी.(4.3) में उक्त मान रखने पर-

$$\log_e N = -\lambda t + \log_e N_0 \qquad ...(4.4)$$

तथा $$log_{10} N = -\left(\frac{\lambda}{2.3026}\right)t + log_{10} N_0 \qquad ...(4.5)$$

यदि ' $\log_{10}$ No(y-अक्ष पर) तथा t(x-अक्ष पर) के मध्य वक्र(graph) खीचें तो एक सरल रेखा(straight line) प्राप्त होती है, जिसका ढाल(slope), $-\frac{\lambda}{2.3026}$होती है।



ढाल = $\frac{AB}{BC}$ $\frac{\lambda}{2.3026}$

चित्र 4 .1 $\log_e$ No व समय t के मध्य वक्रं

अब समी.(4.4) से

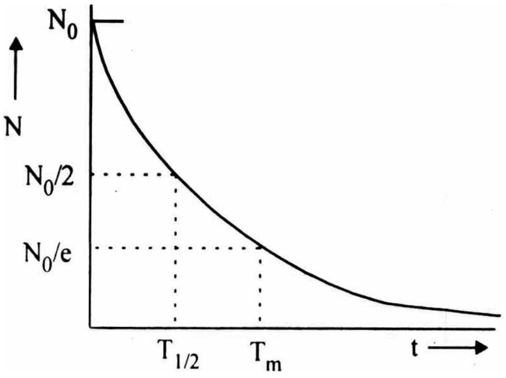
$$log_e\left(\frac{N}{No}\right)/)=-\lambda t$$

या $\left(\frac{N}{No}\right)=e^{-\lambda t}$

या $N = N_0 e^{-\lambda t}$

...(4.6)

समी.(4.6) से, N(y-अक्ष पर) तथा t(x-अक्ष पर) के मध्य वक्र खीचने पर एक चरघातांकी(exponential) वक्र प्राप्त होता हैं।



चित्र 4.2 N व t के मध्य वक्र

समी.(4.6) यह प्रदर्शित करता है कि कणों की संख्या समय के साथ चारघातांकी रुप से कम होती हैं।

**क्षयांक (Decay Constant)**

समी.(4.6) में यदि t = $\frac{l}{\lambda}$ हो तो

$N = N_0 e^{-t}$

प्रायोगिक भौतिकी 41

या $N = \frac{N_o}{e}$ ...(4.7)

अत: जितने समय में कणों की संख्या विघटित या घटकर अपनी प्रारम्भिक संख्याँ की 1/e रह जाती हैं, उस समय के व्युत्क्रम को क्षयांक कहते हैं। इसका मात्रक “ सेकण्ड$^{-1}$ " होता है।

**अर्ध आयु (Half Life)**

वह समय, जिसमे अविघटित कणों की संख्या अपनी प्रारम्भिक संख्या की आधी रह जाती है, अर्धआयु(half life) कहलाती है। इसे $T_{1/2}$ से प्रदर्शित करते हैं।

पुन: समी.(4.6) से

$t = T_{1/2}$ पर $N = \frac{N_o}{2}$

$N_o/2 = N_o e^{-\lambda T1/2}$

या $\frac{1}{2} = e^{-\lambda T1/2}$

$-\log_e 2 = -\lambda T_{1/2}$

या $T_{1/2} = \frac{0.6.9.31}{\lambda}$ ...(4.8)

**माध्य आयु(Mean life)**

सभी कणों की आयु का माध्य, माध्य आयु कहलाती है। इसे($T_m$) से प्रदर्शित करते हैं।

$T_m = \frac{1}{\lambda}$

समी.(4.8) से, $T_{1/2} = 0.6.9.31 T_m$ ...(4. 9)

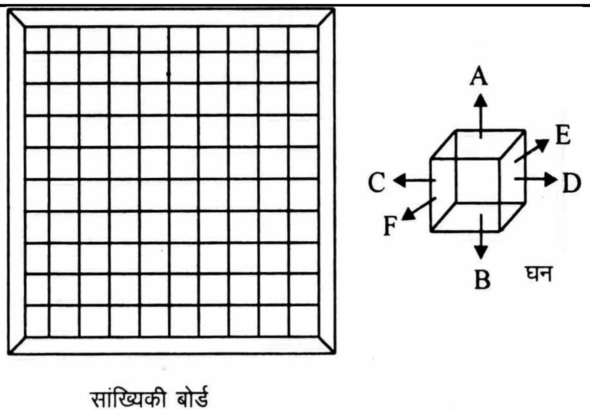
यादृच्छिक क्षय का अध्ययन करने के लिए इस प्रयोग में N= 100 समरुप घन लेते हैं, जिनके फलकों पर A,B,C,D,E व F लिखा होता है। इन घनों को बोर्ड पर फेंकने पर इन छ: फलकों में से कौन सा फलक ऊपर आयेगा, यह बिल्कुल अनिश्चित तथा संयोगिक होता है। प्रत्येक फलक के ऊपर आने की प्रायिकता समान होती है। किसी एक विशेष फलक(माना A नाम वाली फलक) वाले घन को विघटित(या क्षय) मानने पर घन फेके जाने वाली क्रिया को यादृच्छिक क्षय के तुल्य मान सकते हैं। इस घटना में फेंकने की संख्या को समय के तुल्य मानते हैं।

**बोध प्रश्न(Self assessment questions)**

1. यादृच्छिक घटना किसे कहते हैं ?

2. क्षयांक की परिभाषा दीजिये व इसका मात्रक बताइये।

## 4.4 चित्र (Diagram)



**चित्र 4.3 साँख्यिकी बोर्ड व घन**

## 4.5 विधि (Method)

(i) एक पात्र में 100 घनों को रखकर खूब हिलाते हैं। पात्र में रखे गये घनों के सभी छः फलक भिन्न-भिन्न नामों(A,B,C,D,E व F) से नामांकित हैं।

(ii) अब पात्र(डिब्बे) से इन घनों को साँख्यिकी बोर्ड पर फेंकते हैं।

(iii) फेंकने पर ऊपर आये A तल वाले सभी घनों की गणना कर, इनकी संख्या सारणी में अंकित करते हैं। माना इनकी संख्या $n_1$ हैं व संगत फेंक संख्या t1 हैं। प्रायोगिक भौतिकी 43

(iv) अब N(=100) घनों में से $n_1$ घनों को हटाकर अर्थात(100- $n_1$) घनों को पात्र में डालकर हिलाकर पुन: बोर्ड पर फेंकते हैं। पुन: ऊपर A तल वाले घनो को हटाकर उनकी गणना कर सारणी में संख्या अंकित कर देते है। माना इनकी संख्या $n'_1$ व संगत फेंक संख्या $t_2$ हैं।

(v) शेष घनो को पात्र में डालकर, पुन: हिलाकर बोर्ड पर फेंकते हैं। पुन: ऊपर A तल वाले घनों को हटाकर उनकी गणना कर, सारणी में संख्या लिखते हैं। माना यह संख्या $n''_1$। है व संगत फेंक संख्या $t_3$ हैं।

(vi) इस प्रकार यह किया(बिन्दु(3),(4),(5)) तब तक दोहराते हैं जब तक शेष घनों की संख्या लगभग 10 से कम न हो जाये।

(vii) अब पुन: 100 घनों को एकत्रित कर बिन्दु(1) से(6) तक प्रक्रिया दोहराते हैं व प्रेक्षण सारणी में संख्या व संगत फेंक संख्या अंकित करते हैं। यह क्रिया इसी प्रकार दस(10) बार दोहराते हैं, जिससे प्रभावी रुप से घनों की संख्याँ 1000(=100×10) हो जाती हैं।

## 4.6 प्रेक्षण (Observations)

घनों की संख्या =...........

| फेंक संख्या t | ऊपर आने वाले A तल के घनों की संख्या | | | | | | | | | | विघटित कण(घन) (1+2+3+..10) | शेष(अवघटित) घनों की संख्या N | $\log_{10}$ N |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) | (10) | | | |

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0. | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 1000 | |
| 1. | $n_1$ | $n_2$ | $n_3$ | $n_4$ | $n_5$ | $n_6$ | - | - | - | - | n | (1000-n) | |
| 2. | $n'_1$ | $n'_2$ | $n'_3$ | - | - | - | - | - | - | - | n’ | (1000-n-n’) | |
| 3. | “ | “ | “ | | | | | | | | - | -- | |
| 4. | “ | “ | “ | | | | | | | | - | -- | |
| 5. | “ | “ | “ | | | | | | | | - | -- | |
| 6. | “ | “ | “ | | | | | | | | - | -- | |
| 7. | “ | “ | “ | | | | | | | | - | -- | |
| 8. | “ | “ | “ | | | | | | | | - | -- | |
| 9. | “ | “ | “ | | | | | | | | - | -- | |
| 10. | “ | “ | “ | | | | | | | | - | -- | |

## 4.7 गणना एवं परिणाम (Calculation and result)

गणना

(i) प्रेक्षण सारणी के स्तम्भ 1 से 10 तक में हटाये गये(या विघटित) घनो की संख्याओं का योग प्रत्येक फेंक संख्या के संगत कुल विघटित कणों की संख्या प्रदशित करता हैं।(प्रेक्षण सारणी; स्तम्भ क्रम-12)

(ii) प्रारम्भिक कुल संख्या 1000 में से विघटित कणों की संख्या घटाकर, शेष घनों(या अविघटित कणों) की संख्या, "N", प्रत्येक फेंक संख्या(t) के सापेक्ष ज्ञात करते हैं।

(iii) प्रत्येक फेंक संख्या के संगत शेष घनों की संख्या(N) व फेंक संख्या के मध्य ग्राफ(graph) खींचने पर एक चरघातांकी वक्र प्राप्त होता है।

(iv) क्षयांक ज्ञात करने के लिए $\log_{10}$ N(y अक्ष पर) व फेंक संख्या, t(x-अक्ष पर) के मध्य ग्राफ खींचते हैं। यह वक्र एक सरल रेखा होता है, जिसका ढाल(slope) $\frac{-\lambda}{2.3026}$ होता हैं (चित्र 4.1)।

ग्राफ से

$$\frac{AB}{BC} = \frac{-\lambda}{2.3026}$$

$\therefore \lambda = -2.3026 \times \frac{AB}{BC}$

$\lambda$ = 2.3026× सरल रेखा की प्रवणता

(v) अर्धआयु($T_{1/2}$) ज्ञात करने के लिए चारघातांकी वक्र को काम में लेते हैं। इस वक्र से वह फेंक संख्या ज्ञात करते हैं, जब अविघटित कणों की संख्या प्रारम्भिक संख्या की आधी रह जाती हैं। यह फेंक संख्या इस घटना की अर्थ आयु के बराबर होती हैं।

**परिणाम**

(i) अविघटित या शेष घनों की संख्या(N) व फेंक संख्या(t) के मध्य खींचा गया वक्र चरघातांकी वक्र के अनुसार आता हैं।

(ii) $\log_{10}$ व t के मध्य ग्राफ सरल रेखीय होता हैं।

(iii) इस प्रक्रिया में क्षयांक($\lambda$) =.... सेकण्ड$^{-1}$

(iv) व अर्ध आयु($T_{1/2}$) =.... सेकण्ड

(v) प्रामाणिक मान -$\lambda$ =1/6 =0.16.6.7 सेकण्ड$^{-1}$

$T_{1/2}$ = 4.2 सेकण्ड

## 4.8 पूर्वावधान एवं त्रुटियों के स्रोत (Precautions and sources of error)

**पूर्वावधान**

(i) सभी घन समंरुप होने चाहिए।

(ii) घनों की संख्या अधिक होनी चाहिए जिससे प्रसंभाव्य त्रुटि कम से कम हो जाये।

(iii) घनों की संख्या अधिक करने के लिए प्रत्येक फेंक को अधिक बार दोहराना चाहिए।

(iv) घनों को फेंकने से पूर्व डिब्बे(पात्र) को अच्छे से हिलाना चाहिए।

**त्रुटियों के स्रोत**

(i) सभी धन समरूप नहीं ही।

(ii) घनों की संख्या अधिक नहीं हो।

(iii) प्रत्येक फेंक को अधिक बार नहीं दोहराया गया हो।

(iv) घनी को फेंकने से पहले अच्छे से नहीं हिलाया गया हो।

## 4.9 सारांश (Summary)

- यादृच्छिक घटनाएँ केवल संयोगिक होती हैं।
- ये घटनाएँ प्रायिकता के नियम का पालन करती हैं।
- यादृच्छिक क्षय में कण के क्षय की दर, प्रारम्भ में उपस्थित कणों की संख्या पर निर्भर करती है।
- कणों की संख्या में कमी, समय के साथ चरघांताकी वक्र के समान होती है।

## 4.10 शब्दावली (Glossary)

| | |
|---|---|
| अविघटित | Undecayed |
| अर्ध-आयु | Half-Life |
| चारघातांकी | Exponential |

| | |
|---|---|
| निकाय | System |
| प्रायिकता | Probability |
| फलक | Face(surface) |
| माध्य आयु | Mean life |
| रेडियोऐक्टिव | Radioactive |
| यादृच्छिक | Random |
| व्युत्क्रम | Reciprocal |
| संतत | Continuous |
| समयान्तराल | Time-interval |
| क्षय | Decay |
| क्षय की दर | Rate of decay |

## 4.11 संदर्भ ग्रन्थ (Reference Books)

| | | |
|---|---|---|
| D.C. Tayal | Nuclear Physics | Himalaya Publishing House , Delhi |
| भण्डारी, शिशोदिया, जैन वखमेसरा | आधुनिक भौतिकी | रमेश बुक डिपो, जयपुर |
| सक्सेना, सिंह रावत व सक्सेना | प्रायोगिक भौतिकी (बी. एस. सी पार्ट-1) | कालेज बुक हाऊस, जयपुर |

## 4.12 बोध प्रश्नो के उत्तर (Answers to self assessment questions)

1. वे घटनाऐं, जो केबल संयोगिक होती है व सिर्फ प्रारम्भिक अवस्था पर निर्भर करती है, यादृच्छिक घटनाएँ कहलाती है।
2. किसी समय पर कणों के विघटन की दर उसी समय पर उपस्थित कणोंकी कुल संख्या के अनुपात को क्षयांक कहते हैं। इसका मात्रक सेकण्ड$^{-1}$(या 1/सेकण्ड) होता है।

## 4.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर (Oral questions and answers)

1. प्रायिकता किसे कहते हैं?

उत्तर: किसी भी घटना के घटित होने की सम्भावना को प्रायिकता कहते हैं। यह शून्य से एक(0- 1) तक परिवर्तित होती है।

2. क्षयांक किसे कहते हैं?

उत्तर: जितने समय में परमाणुओं की संख्या घटकर अपनी प्रारम्भिक संख्या की 1/e रह जाती हैं, उस समय के व्युत्क्रम को क्षयांक कहते हैं।

3. सभी घन समान या समरुप क्यों होने चाहिए?

उत्तर: सभी घनों के समरुप होने से प्रत्येक तल के ऊपर होने की प्रायिकता समान होगी।

4. घनों की संख्या अधिक क्यों रखते हैं?

उत्तर: घनों की संख्या अधिक रखने पर प्रसंभाव्य त्रुटि(probable error) कम होती है।

5. अर्ध आयु कहते हैं'

उत्तर: वह समय, जिसमें अविघटित कणों की संख्या अपने प्रारम्भिक संख्या की आधी(half) रह जाये, अर्ध आयु कहलाता है

6. चर घातांकी क्षय किसे कहते हैं?

उत्तर: जब कणों की संख्या में कमी, चरघातांकी वक्र के समान होती हैं, तो इस प्रकार के क्षय को चरघातांकी क्षय कहते हैं।

7. यादृच्छिक घटना के उदाहरण दीजिये।

उत्तर: रेडियोएक्टिव क्षय, पासा फेंक खेल, सिक्के को उछालना इत्यादि याद्दच्छिक घटना के उदाहरण हैं।

# प्रयोग-5

# पिण्ड लोलक की सहायता से ‘g’ का मान ज्ञात करना तथा अवमन्दन का अध्ययन करना

# (To determine the value of ‘g’ by compound pendulum and to study the damping)

**प्रयोग की रूपरेखा**

5.0 उद्देश्य
5.1 प्रस्तावना
5.2 आवश्यक उपकरण
5.3 सिद्धान्त
5.4 चित्र
5.5 विधि
5.6 प्रेक्षण
5.7 गणना व परिणाम
5.8 पूर्वावधान एवम् त्रुटियों के स्रोत
5.9 सारांश
5.10 शब्दावली
5.11 संदर्भ ग्रन्थ
5.12 बोध प्रश्नों के उत्तर
5.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर

## 5.0 उद्देश्य (Objectives)

इस प्रयोग को करने के बाद आप

- पिण्ड लोलक व सरल लोलक में अन्तर समझ सकेगें:
- किसी पिण्ड लोलक को उसके गुरूत्व केन्द्र के पास किसी बिन्दु से पारित अक्ष के प्रति दोलन कराके उन दोलनों का आवर्त्तकाल ज्ञात कर g के माने की गणना कर सकेंगे;
- पिण्ड लोलक के आवर्त्तकाल का गुरूत्व केन्द्र व दोलन अक्ष के बीच की दूरी के साथ होने वाले परिवर्तन का अध्ययन कर सकेंगे;
- लोलक की गति का समय के साथ होने वाले अवमन्दन की जानकारी कर अवमन्दन की स्थिति में लोलक के पूर्ण दोलन में लगे समय(आवर्त्तकाल) को ज्ञात कर सकेंगे।

## 5.1 प्रस्तावना (Introduction)

आप जानते है कि एक दृढ़ पिण्ड जो किसी आलम्ब से लटका देने पर एक क्षैतिज अक्ष के प्रति ऊर्ध्वाधर तल में स्वतन्त्रतापूर्वक दोलन कर सके, पिण्ड लोलक(compound pendulum) कहलाता है जबकि एक भारी एवं बिन्दुकार गोले को एक अप्रत्यास्थ एवं भारहीन धागे द्वारा दृढ आधार से लटका देने पर सरल लोलक(simple pendulum) बनता है।

पिण्ड लोलक की सहायता से g का मान ज्ञात करने के लिए वांछित उपकरण अनुच्छेद 5.2 में बताये गये हैं। इस हेतु आवश्यक सिद्धान्त की विवचेना अनुच्छेद 5.3 में की गई है। पिण्ड लोलक का चित्र अनुच्छेद 5.4 में दर्शाया गया है। अनुच्छेद 5 .5 में बताई विधि के अनुसार प्रयोग करते हे तथा प्रेक्षण अनुच्छेद 5.6 में दर्शाई प्रेक्षणाक सारणी में नोट करते है। विभिन्न दोलनों के लिए समय ज्ञात कर आवर्त्तकाल ज्ञात करते हैं।

अनुच्छेद 5.7 में दर्शाये सूत्र में विविध मान रखकर g के मान की गणना करते है इसके साथ ही समय के साथ आयाम भी नोट करते जाते हैं तथा समय व आयाम में रेखाचित्र खींचते हैं। इस प्रयोग के करते समय रखे जाने वाले पूर्वावधान को अनुच्छेद 5.8 में तथा प्रयोग से सम्बन्धित मौखिक प्रश्नों को उत्तर सहित अनुच्छेद 5.13 में दिया गया है।

## 5.2 आवश्यक उपकरण (Apparatus required)

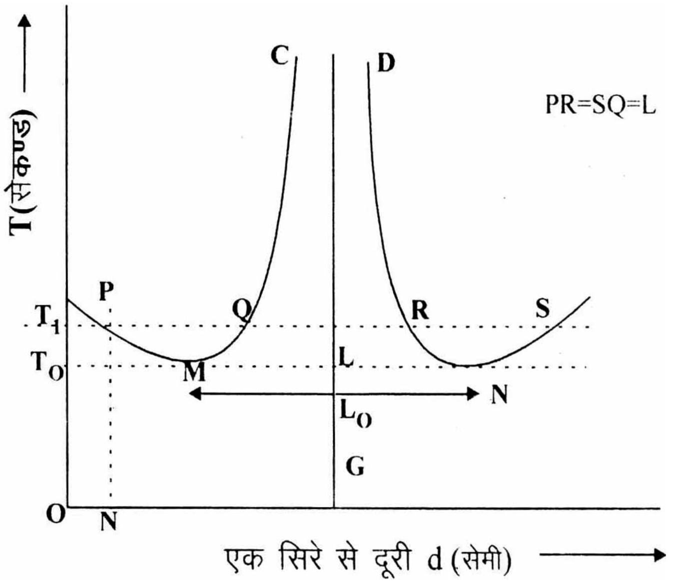
पिण्ड लोलक, विराम घड़ी, एक दृढ़ आधार पर रखा- क्षैतिज क्षुरधार, मीटर स्केल, कोणीय विस्थापन नापने के लिए बड़ा पैमाना(या इसके लिए दीवार पर अंकित स्केल)

## 5.3 सिद्धान्त (Theory)

**पिण्ड लोलक** - यह एक मीटर लम्बी कम चौड़ाई की आयताकार छड़ होती है जिसमें विषम संख्या में लम्बाई के अनुदिश समान दूरी पर वृत्ताकार छिद्र बने होते हैं। इसे एक दृढ आधार से जो कि दीवार में लगा होता है, क्षुरधार की सहायता से लटकाया जाता हैं। इस प्रकार से व्यवस्थित छड़ को विभिन्न छिद्रों से बारी बारी से लटकाकर निश्चित दोलनों के लिए विराम घडी की सहायता से समय ज्ञात कर लेते हैं। ये दोलन ऊर्ध्व तल में होते हैं।

छड़ को क्रमश: प्रत्येक छिद्र द्वारा क्षुरधार से लटकाकर दोलित किया जाता है और छिद्र की दूरी d, छड़ के एक सिरे से नापी जाती है। गुरूत्व केन्द्र से गुजरने के बाद छड़ को उलटा कर दिया जाता है और पुन: प्रत्येक छिद्र से लटकाकर उसका आवर्तकाल T ज्ञात किया जाता है। छिद्र की दूरी एक ही सिरे से नापी जाती है। यह इस बार नीचे की ओर होगा। इस प्रकार यदि d और T में रेखा चित्र खींचा जाये तो चित्र 5.1 के अनुसार वक्र प्राप्त होते हे इस ग्राफ में दो सममित शाखाएँ होती है जैसे-जैसे d बढ़ता है, T कम होता है। उसका न्यूनतम मान M पर होता है। फिर बढने लगता है और गुरूत्व केन्द्र के समीप पहुँचते पहुँचते उसका मान अनन्त की ओर पहुँचता है यदि चाहें तो छिद्रों की दूरी गुरूत्व केन्द्र से भी नाप सकते हैं।

d को बढ़ाने पर T अनन्त से गिर कर पुन: N पर न्यूनतम हो जाता है। इसके बाद पुन: बढ़ने लगता है।



**चित्र 5.1 आवर्त्तकाल व दूरी में रेखाचित्र**

पिण्ड लोलक के लिए

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{k^2}{l}+l}{g}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l'+l}{g}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

यहाँ g गुरूत्वीय त्वरण, k गुरूत्व केन्द्र से गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष छड़ की घूर्णन त्रिज्या,l लटकन केन्द्र से गुरूत्व केन्द्र की दूरी तथा, l' दोलन केन्द्र की गुरूत्व केन्द्र से दूरी है। L तुल्य सरल लोलक की लम्बाई(ग्राफ से)

$$L = \frac{PR+QS}{2}$$

जब आवर्त्तकाल न्यूनतम होता है तभी l =l' तथा l = k पिण्ड के न्यूनतम आवर्त्तकाल $T_0$ के लिए k=l तथाl=l'

अत: $T_0$ = $2\pi\sqrt{\frac{2L}{g}}$ यहाँl = LM =LN=k

$T_0$ = $2\pi\sqrt{\frac{MN}{g}}$

या $g = \frac{4\pi^2 MN}{T_0^2}$ ...(5.1)

यहाँ MN = ग्राफ में न्यूनतम आवर्त्तकाल वाले बिन्दुओं M व N के बीच की दूरी मीटर में है। इस प्रकार समीकरण(5.1) की सहायता से g का मान ज्ञात करते है।

**अवमन्दन(Damping) -**

जब कोई वस्तु या पिण्ड किसी माध्यम में गतिमानहोता है तों माध्यम के सम्पर्क में आने से इस पर लगने वाले वायुघर्षण श्यान बल या अन्य किसी प्रतिरोधी प्रक्रिया के कारण उसकी ऊर्जा में क्षय होता जाता. हैं। ऊर्जा में होने वाले इस क्षय के कारण उसकी गति का अवमन्दन होता है।ऊर्जा के क्षय के कारण गति करने वाले लोलक का आयाम भी समय के साथ कम होता जाता है। वे बल जिनके कारण लोलक की ऊर्जा और आयाम में लगातार कमी होती है अवमन्दन बल कहलाते हैं। सामान्यत: अवमन्दन बल लोलक के वेग के अनुक्रमानुपाती होते हैं तथा प्रत्यानयन बल की भाँति लोलक की गति के विपरीत दिशा में कार्य करते हैं।

**बोध प्रश्न(Self assessment questions)**

1 सरल लोलक किसे कहते हैं?

----------------------------------------------------------------------------------

----------------------------------------------------------------------------------

2 पिण्ड लोलक किसे कहते हैं?

----------------------------------------------------------------------------------

----------------------------------------------------------------------------------

3 आवर्त्तकाल किसे कहते हैं?

----------------------------------------------------------------------------------

----------------------------------------------------------------------------------

4 सरल आवर्त गति किसे कहते हैं?

----------------------------------------------------------------------------------

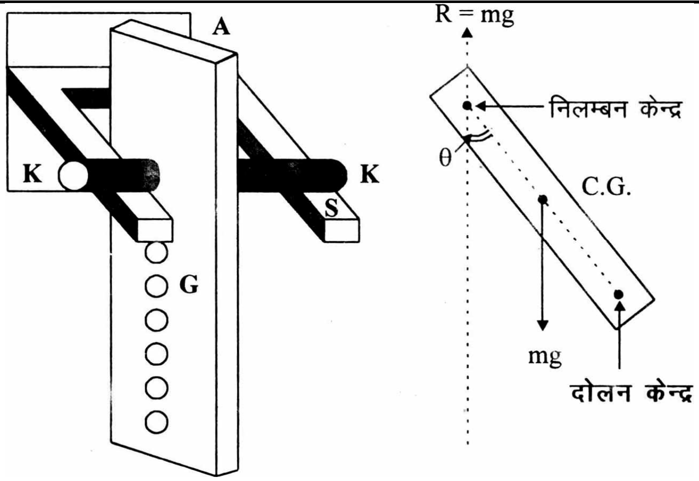
----------------------------------------------------------------------------------

5 अवमन्दन किसे कहते हैं?

----------------------------------------------------------------------------------

----------------------------------------------------------------------------------

## 5.4 पिण्ड लोलक का चित्र (Diagram of compound pendulum)



**चित्र 5.2 पिण्ड लोलक का चित्र**

## 5.5 विधि (Method)

**(a) g का मान निकालना :-**

(i) सर्वप्रथम क्षुरधार को क्षैतिजत: -समायोजित करो।

(ii) एक सिरे से आरम्भ करके पहले वाले छिद्र में क्षुरधार लगाकर छड़ को उससे लटका दो। क्षुरधार पर ही घर्षण नगण्य होगा। छड़ की माध्य स्थिति दीवार पर रेखा बनाकर चिन्हित करो।

(iii) छड़ को थोड़ा सा एक तरफ हटाकर छोड़ दो। छड़ एक ऊर्ध्वाधर तल में दोलन करेगी। यह ध्यान रहे कि आयाम अधिक न हो और दोलन दीवार के समान्तर हों।

(iv) एक विराम घड़ी की सहायता से 30 या 40 दोलन का समय ज्ञात करो। इससे एक दोलक का समय T ज्ञात करो। इसको पुन: दोहरा कर T ज्ञात करो। उससे माध्य T ज्ञात करो।

(v) एक सिरे से छिद्र की दूरी d नापकर अंकित करो। प्राय: छिद्रो में परस्पर दूरी 5 सेमी होती है। अतएव प्रत्येक बार पैमाने का उपयोग आवश्यक नहीं है।

(vi) प्रत्येक छिद्र से क्रमश: छड़ को लटकाकर उसका आवर्त्तकाल ज्ञात करो। जब छिद्र गुरूत्व केन्द्र से दूसरी और गुजरता हो तो छड़ को उलटकर लटका दो। परन्तु दूरी उसी सिरे से नापी जानी चाहिए। गुरूत्व केन्द्र से छड़ को लटकाने का प्रयास न करें। गुरूत्व केन्द्र से लटकाने पर अनन्त हो जायेगा अर्थात् छड़ दोलन करना बन्द कर देगी।

(vii) छड़ के उसी सिरे से प्रत्येक छिद्र की दूरी छड़ को उल्टा लटकाने पर भी लेकर और तत्सम्बन्धित आवर्त्तकाल T ज्ञात कर उसे सारणी में नोट करों तथा d और T में ग्राफ खीचों।

चित्र 5.1 के अनुसार ग्राफ में सममितत: दो शाखाऐं होंगी। ग्राफ में न्यूनतम आवर्त्तकाल T से सम्बन्धित M व N बिन्दु ज्ञात कर MN = 21 ज्ञात करो। सूत्र की सहायता से g का मान ज्ञात करो।

(viii) ग्राफ में 1.0 के ऊपर किसी आवर्त्तकाल 1से ' अक्ष के समान्तर एक रेखा खीचों जो ग्राफ को चार बिन्दुओं पर काटे। इन्हें PQRS नाम दो एवं PR=QS=L ज्ञात करके सूत्र में मान रखकर g का मान ज्ञात करो।

**(b) अवमन्दन का अध्ययन :-**

इस प्रयोग में हमें पिण्ड लोलक के भिन्न भिन्न कोणीय आयामों के लिये अवर्तकाल ज्ञात करना है। इसके लिए जहाँ इलैक्ट्रोनिक टाइमर उपलब्ध नहीं है, एक सुग्राही घड़ी(अल्पतमांक 0.01 सेकण्ड) का उपयोग करना चाहिए।

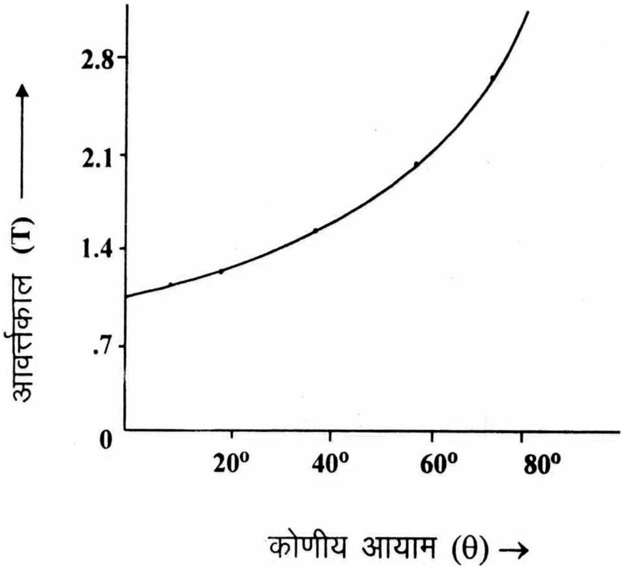
(i) सबसे पहले यह सुनिश्चित कर लीजिये कि पिंड लोलक क्षैतिज है। क्षुरधार को स्प्रिट लेवल की सहायता से क्षैतिज कर लोलक को लटका कर देख लीजिये कि यह विरामावस्था में ऊर्ध्वाधर है और बिना किसी रूकावट के ऊर्ध्वाधर तल में दोलन कर सकता है।

(ii) अब छड़ लोलक को क्षुरधार पर ऐसी जगह व्यवस्थित कीजिये कि छड़ लोलक का आवर्त्तकाल अधिक आये।

(iii) पिण्ड लोलक को $10^0$ का कोणीय विस्थापन दीजिये तथा प्रथम 5 दोलनों के लिए समय ज्ञात कर प्रेक्षण सारणी में लिखिये। इस समय से एक दोलक में लगा समय अथवा आवर्त्तकाल का मान ज्ञात कीजिये। यदि आप ध्यानपूर्वक देखे तो आपको ज्ञात होगा कि अवमन्दन के कारण प्रत्येक दोलन के उपरान्त आयाम कुछ न कुछ कम हो जाता है, इस कारण अधिक दोलन संख्या का उपयोग करके एक दोलन का समय निकालना उपयुक्त नहीं होगा।

(iv) अब दोलन को $20^0$ का कोणीय विस्थापन दीजिये तथा उपरोक्त(3) में वर्णित अनुसार आवर्त्तकाल ज्ञात कीजिये। इसी प्रकार $30^0$,$40^0$,$50^0$,....$80^0$ के आयाम(जहाँ तक आयाम देना सम्भव हो) के लिए आवर्त्तकाल ज्ञात कर सारणी में नोट करें।

(v) आवर्त्तकाल T कोणीय आयाम के बीच आलेख चित्र 5.3 में दर्शाये अनुसार आता है।



**चित्र 5.3 आवर्तकाल(T) व कोणीय आयाम(θ) में सम्बन्ध**

## 5.6 प्रेक्षण (Observations)

(a)

| क्र सं | छिद्र संख्या | छड़ के एक सिरे से छड़ के आलम्बन बिन्दु की दूरी (सेमी) | 30 या 40 दोलन में लगा समय(सेकण्ड) | | | आवर्तकाल T (सेकण्ड) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | I | II | माध्य | |
| 1 | 1 | 5 | | | | |
| 2 | 2 | 10 | | | | |
| 3 | 3 | 15 | | | | |
| 4 | 4 | 20 | | | | |
| 5 | 5 | 25 | | | | |
| 6 | 6 | 30 | | | | |
| 7 | 7 | 35 | | | | |
| 8 | 8 | 40 | | | | |
| 9 | 9 | 45 | | | | |
| 10 | 10 | 50 | | | | |
| 11 | 11 | 55 | | | | |
| 12 | 12 | 60 | | | | |
| 13 | 13 | 65 | | | | |
| 14 | 14 | 70 | | | | |
| 15 | 15 | 75 | | | | |
| 16 | 16 | 80 | | | | |
| 17 | 17 | 85 | | | | |
| 18 | 18 | 90 | | | | |
| 19 | 19 | 95 | | | | |

**(b) पिण्ड लोलक के आयाम के साथ आवर्तकाल का मापन**

| क्र.सं. | कोणीय आयाम $\theta$ डिग्री | 5 दोलनों में लगा समय(सेकण्ड) | आवर्तकाल T(सेकण्ड) |
|---|---|---|---|
| 1 | $10^0$ | | |
| 2 | $20^0$ | | |
| 3 | $30^0$ | | |
| 4 | $40^0$ | | |
| 5 | $50^0$ | | |
| 6 | $6.0^0$ | | |
| 7 | $70^0$ | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8 | $80^0$ | | |

## 5.7 गणना व परिणाम (calculation and result)

**गणना**

(a) $T_0$ = —— सेकण्ड(ग्राफ से)

MN = 2l = —— सेमी = ……..मीटर

$$g = \frac{4\pi^2}{T_0^2}[MN]$$

(b) आवर्त्तकाल और कोणीय आयाम में एक ग्राफ बनाइये।

**परिणाम**

(a) पिण्ड लोलक की सहायता से गुरूत्वीय जनित त्वरण(g) का मान =….. मी/से$^2$

(b) एक पिण्ड लोलक के लिए कोणीय आयाम के साथ आवर्त्तकाल का परिवर्तन चित्र 5.3 के अनुसार आता है जिससें यह स्पष्ट है कि आयाम बढ़ाने के साथ आवर्त्तकाल बढ़ता जाता है।

## 5.8 पूर्वावधान व त्रुटियों के स्रोत (Precautions and sources of error)

**पूर्वावधान**

(i) क्षुरधार पूर्णत: क्षैतिज स्थिति में रहनी चाहिए।

(ii) छड़ को एक ओर ले जाकर छोड़ने के बाद दो-तीन दोलन पश्चात् समय लेना शुरू करना चाहिए।

(iii) दोलन का आयाम अधिक नहीं होना चाहिए।

(iv) स्टेण्ड पर काँच की सतह लगी होनी चाहिए जिससे घर्षण कम हो जाये।

(v) क्षुरधार तीक्ष्ण होनी चाहिए जिससे अवमन्दन का प्रभाव न्यूनतम तथा घर्षण नगण्य हो सके।

(vi) छड़ के दोलन दीवार के समान्तर होने चाहिए वरना आवर्त्तकाल का यथार्थ मान प्राप्त नहीं होगा।

(vii) आवर्त्तकाल ज्ञात करने के लिए दोलनों की संख्या जितनी कम सम्भव हो लेनी चाहिए।

**त्रुटियों के स्रोत**

(i) क्षुरधार क्षैतिज नहीं होने से दोलन ऊर्ध्वाधर तल में नहीं होंगे।

(ii) प्रयोगशाला में पंखे आदि के द्वारा लोलक की गति प्रभावित हो सकती है अत: पूरे प्रयोग के दौरान उस स्थान पर अवस्थाओं में परिवर्तन नहीं होना चाहिए।

(iii) दोलन संख्या गिनने व आयाम पढ़ने में त्रुटि हो सकती है।

## 5.9 सारांश (Summary)

पिण्ड लोलक की सहायता से g का मान प्राप्त हुआ। पिण्ड लोलक के लिए कोणीय आयाम एवं आवर्त्तकाल में ग्राफ का मान आयाम बढ़ाने के साथ बढ़ता जाता है जो कि अवमन्दन का प्रतीक है।

## 5.10 शब्दावली (Glossary)

| | |
|---|---|
| अवमन्दन | Damping |
| अनन्त | Infinite |
| आलंबन | Suspension |
| आवर्त्तगति | Periodic Motion |
| आयाम | Amplitude |
| ऊर्ध्वाधर | Vertical |
| घर्षण | Friction |
| छिद्र | Hole |
| ध्रुव | Pole |
| दोलन | Oscillation |
| निरक्ष | Equator |
| प्रत्यानयन | Restoring |
| पिण्ड लोलक | Compound pendulum |
| सरल लोलक | Simple pendulum |
| क्षैतिज | Horizontal |

## 5.11 संदर्भ ग्रन्थ (Reference books)

| | | |
|---|---|---|
| Indu Prakash Ram Krishna | A text book of Practical physics | Kitab Mahal , Allahabad |
| एम. पी. सक्सेना, पी. आर. सिंह,एस एस रावत, व एन. एस. सक्सेना | "प्रायोगिक भौतिकी" बी. एस. सी पार्ट -1 | कॉलेज बुक डिपो, जयपुर |
| भाटवडेकर, दशोरा, चौधरी | “नवीन प्रथम वर्ष” प्रायोगिक भौतिकी | रमेश बुक डिपो, जयपुर |

## 5.12 बोध प्रश्नों के उत्तर (Answers to self-assessment questions)

1. एक भारी एवं बिन्दु कार गोले को एक अप्रत्यास्थ एवं भारहीन धागे द्वारा दृढ़ आधार से लटका कर दोलन कराने पर यह सरल लोलक कहलाता है।

2. एक दृढ़ पिण्ड जो किसी आलम्ब से लटका देने पर एक क्षैतिज अक्ष के प्रति ऊर्ध्वाधर तल में स्वतन्त्रता पूर्वक दोलन कर सके पिण्ड लोलक कहलाता हैं।

3. एक पूरे दोलन में जितना समय लगता है उसे आवर्त्तकाल कहते है।

4. वह आवर्त्तगति जो एक सरल रेखा में होती है तथा जिसमे त्वरण हमेशा विस्थापन के समानुपाती होता है तथा इसकी दिशा हमेशा माध्यस्थिति की ओर होती है।

5. वायु घर्षण, श्यान बल या अन्य किसी प्रतिरोधी प्रक्रिया के कारण किसी लोलक की ऊर्जा में क्षय को अवमन्दन कहते है।

## 5.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर (Oral questions and answers)

1 सरल आवर्त्तगति(S.H.M.) की परिभाषा बताओ।

उत्तर: वह गति जिसकी एक निश्चित समय के बाद पुनरावृत्ति होती है। इस गति में प्रत्यानयन बल सदैव विस्थापन के समानुपाती होता है तथा इसकी दिशा हमेशा माध्य स्थिति की ओर होती है।

2 सरल आवर्त्त गति की क्या विशेषतायें है ?

उत्तर :इसकी निम्न विशेषतायें होती है।

(a)यह एक आवर्ती गति होती है।

(b)यह एक माध्य बिन्दु के इधर-उधर होती है।

(c)इस गति में त्वरण सदैव विस्थापन के समानुपाती होता है तथा त्वरण की दिशा सदैव माध्य स्थिति की ओर होती है।

3 पिण्ड लोलक की गति कैसी होती है?

उत्तर: पिण्ड लोलक की गति कोणीय सरल आवर्त्त गति होती है।

4 पिण्ड लोलक, सरल लोलक से क्यों अच्छा है?

उत्तर: सरल लोलक में कुछ आदर्श परिकल्पनाये की गई है जैसे बिन्दु द्रव्यमान, भारहीन धागा इत्यादि जो व्यावहारिक नही हैं। पिण्ड लोलक में इस तरह की परिकल्पनाये नहीं की गई हैं।

5 गुरूत्वीय त्वरण क्या होता है?

उत्तर: गुरूत्वीय बल के कारण स्वतन्त्रता पूर्वक गिरते किसी पिण्ड में उत्पन्न त्वरण ही गुरूत्वीय त्वरण कहलाता है।

6 गुरूत्वीय त्वरण का मात्रक क्या होता है?

उत्तर: मीटर प्रति सेकण्ड अथवा सेमी प्रति सेकण्ड

7 गुरूत्वीय त्वरण में परिवर्तन किन किन बातों पर निर्भर करता है ?

उत्तर: गुरूत्वीय त्वरण का मान पृथ्वी तल से ऊँचाई, गहराई, पृथ्वी के अण्डाकार आकार एवं पृथ्वी की घूर्णन गति पर निर्भर करता है।

8 पृथ्वी की सतह पर गुरूत्वीय त्वरण का मान कहाँ अधिकतम तथा कहाँ न्यूनतम होता है?

उत्तर: पृथ्वी के ध्रुवों पर गुरुत्वीय त्वरण का मान अधिकतम तथा भूमध्य रेखा पर न्यूनतम होता है।

9 सेकण्ड लोलक क्या होता है तथा इसकी लम्बाई कितनी होती है ?

उत्तर: वह लोलक जिसका आवर्त्तकाल दो सेकण्ड होता है, सेकण्ड लोलक कहलाता है। सेकण्ड लोलक की लम्बाई लगभग 100 सेमी अथवा व 1 मीटर होती है।

10 पिण्ड लोलक का आवर्त्तकाल किस स्थिति में अधिकतम होता है?

उत्तर: पिण्ड लोलक के लिए गुरूत्वकेन्द्र जब आलम्बन केन्द्र पर होता है तो उसके आवर्त्तकाल का मान अनन्त होता है।

11 निलम्बन केन्द्र व दोलन केन्द्र से आप क्या समझते हो?

उत्तर: वह बिन्दु जिसके सहारे लोलक दोलन करता है, निलम्बन केन्द्र कहलाता है। छड़ लोलक के दूसरे सिरे पर वह बिन्दु जिससे दोलन कराने पर समान आवर्त्तकाल प्राप्त होता है, दोलन केन्द्र कहलाता है।

12 परिक्रमण त्रिज्या किसे कहते है?

उत्तर: घूर्णन अक्ष से वह लम्बवत दूरी जिसके वर्ग को पिण्ड के कुल द्रव्यमान से गुणा किया जाये तो पिण्ड का जड़त्व आघूर्ण प्राप्त हो जाये।(I = MK2)

13 क्या आलम्बन बिन्दु व दोलन बिन्दु आपस में व्यतिहारी होते हैं?

उत्तर: हाँ, यह परस्पर व्यतिहारी होते हैं।

14 एक पिण्ड लोलक की तुल्य सरल लोलक लम्बाई का क्या अर्थ है?

उत्तर: एक पिण्ड लोलक के आलम्बन केन्द्र और दोलन केन्द्र के मध्य की दूरी को तुल्य सरल लोलक लम्बाई कहते हैं।

15 g का पृथ्वी की सतह पर मान क्या होता है?

उत्तर: पृथ्वी की सतह पर9.9.8 मी/से2 या 9.80 सेमी/से2 या 3.2.2 फुट/से2

16 g का मान कहाँ पूरा शून्य होता है?

उत्तर: (i) पृथ्वी के केन्द्र पर(ii) केन्द्र से अनन्त दूरी पर

17. रैखिक सरल आवर्त्तगति तथा कोणीय सरल आवर्त्तगति में क्या अन्तर है?

उत्तर: जब कण एक सरल रेखा में सरल आवर्त्तगति करता है तो उसकी गति रैखिक सरल आवर्त्तगति कहलाती है और यदि कण एक वृत्ताकार चाप में स आ. गति करता है तो उसकी गति कोणीय सरल आवर्त्तगति कहलाती है।

18 पिण्ड लोलक किस अक्ष के सापेक्ष दोलन करता है ?

उत्तर: आलम्बन केन्द्र पर स्थित क्षैतिज अक्ष के सापेक्ष पिण्ड लोलक दोलन करता है।

19 छड़ लोलक के प्रयोग में कितने बिन्दुओं पर आवर्त्तकाल समान प्राप्त होता है?

उत्तर: P,Q,R,S जैसे चार बिन्दुओं पर आवर्त्तकाल एक समान आता हैं

20 छड़ के जड़त्व आघूर्ण का क्या सूत्र है?

उत्तर: छड़ का जड़त्व आघूर्ण $I = \frac{m[L^2 + B^2]}{12}$

जहाँ L छड़ की लम्बाई व B चौड़ाई है।

यदि B<<L तब $I \approx \frac{m[L^2]}{12}$

# प्रयोग-6

# केशिका उन्नयन-विधि द्‌वारा द्रव के पृष्ठ तनाव का अध्ययन करना

# (To study the surface tension of liquid by capillary rise method)

**प्रयोग की रूपरेखा**

6.0 उद्देश्य
6.1 प्रस्तावना
6.2 आवश्यक उपकरण
6.3 सिद्धान्त
6.4 परिपथ चित्र
6.5 विधि
6.6 प्रेक्षण
6.7 गणना व परिणाम
6.8 पूर्वावधान एवं त्रुटियों के स्रोत
6.9 सारांश
6.10 शब्दावली
6.11 संधर्भ ग्रन्थ
6.12 बोध प्रश्नों के उतर
6.13 मौखिक प्रश्न व उतर

## 6.0 उद्देश्य (Objectives)

इस प्रयोग को करने के बाद आप

- सूक्ष्मदर्शी को फोकस कर उसकी सहायता से किसी वस्तु का स्पष्ट प्रतिबिम्ब देख सकेंगे;
- सूक्ष्मदर्शी में लगे वर्नियर पैमाने का अल्पतमांक ज्ञात कर सकेंगे;
- सूक्ष्मदर्शी द्‌वारा किसी केशिका नली -का व्यास ज्ञात कर सकेंगे;
- किसी भी द्रव का पृष्ठ तनाव ज्ञात कर सकेंगे।

## 6.1 प्रस्तावना (Introduction)

आप जानते हैं कि यदि कम त्रिज्या की एक केशनली को जल में डुबोया जाये तो पृष्ठ तनाव के कारण जल इसमें ऊपर की ओर चढ़ता है। केशिका उन्नयन विधि द्‌वारा पृष्ठ तनाव ज्ञात करने के लिए वांछित उपकरण अनुच्छेद 6.2 में बताये गये हैं। इस हेतु आवश्यक सिद्धान्त की विवेचना

अनुच्छेद 6.3 में की गई है। इस प्रयोग को करने हेतु आवश्यक उपकरणों को चित्र 6.4 में दर्शाया गया ' है। अनुच्छेद 6.5 में बताई विधि के विविध पदों में आगे बढ़ते हुए प्रेक्षण को अनुच्छेद 6.6 में बताई प्रेक्षणांक सारणी में लिखते हैं तथा अनुच्छेद 6.7 में बताये अनुसार गणना कर परिणाम निकालते हैं। इस प्रयोग को करते समय रखे जाने वाले पूर्वाक्यान को अनुच्छेद 6.8 में दर्शाया गया है। प्रयोग से सम्बन्धित बोध प्रश्नों के उत्तरों को अनुच्छेद 6.12 में तथा मौखिक प्रश्न व उत्तर अनुच्छेद 6.13 में दिये गये हैं।

## 6.2 आवश्यक उपकरण(Apparatus required)

चल सूक्ष्मदर्शी, एक समान बोर की बनी बनाई भिन्न-भिन्न अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल की केशनलियाँ एक कांच की प्लेट, पिन, मोम, बीकर, स्टेण्ड, पानी।

## 6.3 सिद्वान्त (Theory)

अन्तराण्विक बलों के कारण किसी द्रव का मुक्त पृष्ठ तनाव की अवस्था में होता है। चित्र 6.1 में दर्शाये अनुसार बायां भाग दाहिने भाग के पृष्ठ द्वारा पृष्ठ के तल में ही समान बल से आकर्षित रहता है। इसी प्रकार दाहिने भाग के द्रव में खिंचाव होता है। प्रति एकांक लम्बाई पर इस बल के मान को पृष्ठ तनाव $\left[T = \frac{F}{l}\right]$ कहते हैं। इसका मान द्रव की प्रकृति एवं ताप पर निर्भर करता है।

एक ठोस पृष्ठ के सम्पर्क में आये द्रव का मुक्त पृष्ठ ठोस के सम्पर्क तल से जो कोण बनाता है उसे सम्पर्क कोण कहते हैं।ठोस पृष्ठ को गीला करने वाले द्रवों के लिए यह कोण एक न्यून कोण होता है जैसे पानी कांच निकाय। पारा कांच को गीला नहीं करता है।उससे चिपकता नहीं है अत: कांच पारे का सम्पर्क कोण अधिक कोण होता है।

चित्र 6.1 में r त्रिज्या की केशिका के लिए सम्पर्क कोण और पृष्ठ तनाव अंकित किये गये है। पृष्ठ तनाव बल का क्षैतिज भाग नलिका के प्रतिक्रिया बल से संतुलित हो जाता है। ऊर्ध्वाधर घटक $T\cos\theta$ के कारण का केशिका की परिधि $2\pi r$ पर बल $2\pi r\ T\cos\theta$ का कार्य करतार है।

इसी प्रकार केशिका(त्रिज्या r) को गीला करने वाला द्रव अपने पृष्ठ तनाव T के कारण $2\pi r\ T\cos\theta$ बल से ऊपर की ओर खींचा जाता है। केशिका में अब स्तम्भ की ऊँचाई बढ़ने पर, जिस ऊँचाई के द्रव स्तम्भ का भार पृष्ठ तनाव के बल को संतुलित कर लेता है उतनी ऊँचाई तक केशिका में द्रव चढ़ जाता है। अत: साम्यावस्था ऊँचाई h पर

पृष्ठ तनाव का बल = द्रव स्तम्भ का भार

$$2\pi r\ T\cos\theta = \pi r^2 hdg$$

$$T = \frac{rhdg}{2\cos\theta}$$

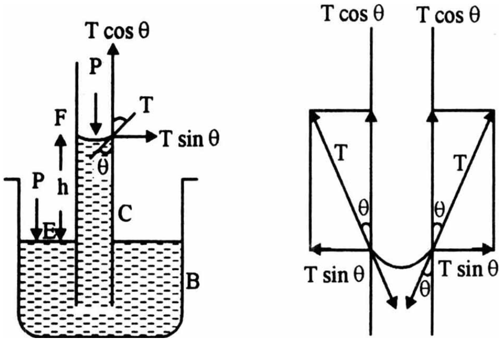
जहां d, द्रव का घनत्व g, गुरूत्वीय त्वरण, θ, सम्पर्क कोण व T, पृष्ठ तनाव हैं .

कांच पानी निकाय के लिए सम्पर्क कोण $\theta = 0^o$ , तथा $\cos\theta = \cos 0 = 1$

अत: पानी का पृष्ठ तनाव

$$T = \frac{rhdg}{2} \qquad ...(6.1)$$

उपरोक्त सूत्र में, r एवं h का मान चल सूक्ष्मदर्शी द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।


T cos θ
P
T
F
T sin θ
θ
P
h
C
E
B
T cos θ
T cos θ
T
T
θ
θ
T sin θ
T sin θ
θ

**चित्र 6.1 पृष्ठ तनाव ज्ञात करना**

**बोध प्रश्न(Self assessment question)**

1 पृष्ठ तनाव किसे कहते हैं ?

--------------------------------------------------------------------------------

--------------------------------------------------------------------------------

2 कांच पानी युग्म के लिए सम्पर्क कोण कितना होगा?

--------------------------------------------------------------------------------

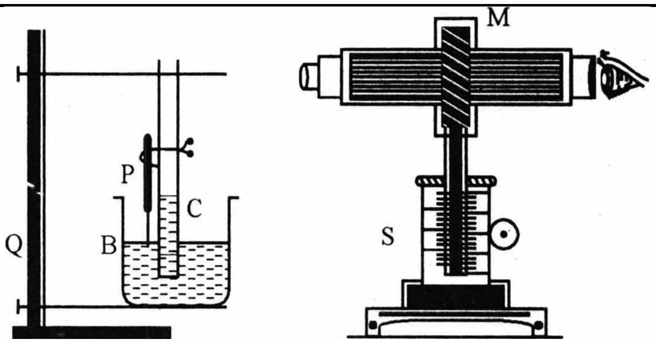
--------------------------------------------------------------------------------

3 केशिका नली में पानी ऊपर क्यों चढ़ता है?

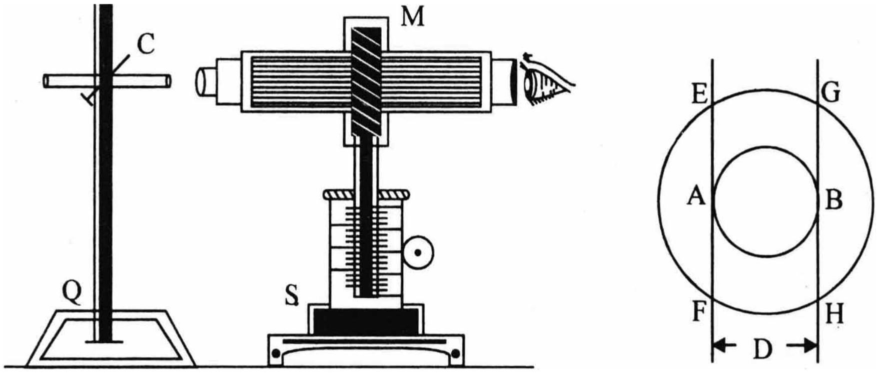
--------------------------------------------------------------------------------

--------------------------------------------------------------------------------

## 6.4 चित्र (Diagram)



**चित्र 6.2 सूक्ष्मदर्शी द्वारा h ज्ञात करना**



**चित्र 6.3 केशिका नली का व्यास ज्ञात करण**

## 6.5 विधि (Method)

(i) चल सूक्ष्मदर्शी को मेज पर इस प्रकार संमजित करो कि इससे प्रेक्षण लेने में असुविधा न हो।

(ii) ऊर्ध्वाधर आधार स्तम्भ पर बने प्रधान पैमाने का अल्पतमांक अंकित करो। वर्नियर पैमाने पर कुल भागों की संख्या अंकित कर वर्नियर पैमाने के अल्पतमांक की गणना निम्न सूत्र से करो -

$$\text{वर्नियर अल्पतमांक} = \frac{\text{प्रधान पैमाने का अल्पतमांक}}{\text{वर्नियर पैमाने पर भागों की संख्या}}$$

(iii) केशिका नली को साफ कीजिये। इसे कांच की प्लेट पर मोम से या रबड़ बेण्ड से चिपका दीजिये।प्लेट से एक पिन भी संलग्न कर दीजिये।पिन केशनली के समान्तर रहनी चाहिये।पिन बिल्कुल उसके समीप होनी चाहिए जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।

(iv) स्टैण्ड की सहायता से कांच की प्लेट को बीकर के ऊपर रख दें। बीकर में इतना जल डाल देवें ताकि केशनली का नीचे वाला सिरा जल में डूब जाये तथा पिन P का सिरा बीकर में भरे जल की सतह से सटा रहे। इस स्थिति में पिन का प्रतिबिम्ब जल में दिखाई देगा। पिन का सिरा और प्रतिबिम्ब का सिरा एक दूसरे से मिलते हुए दिखाई देने चाहिए। इसका ध्यान रखना चाहिए कि केशनली बिल्कुल ऊर्ध्वाधर रहे। पिन का सिरा बीकर में जल की सतह बतायेगा। पृष्ठ तनाव के कारण जल केशनली में ऊपर चढ़ेगा।

बीकर में जल का तल ऐसी जगह हो कि केशनली में चढ़े जल का नवचन्द्रक(meniscus) बीकर की ऊँचाई से ऊपर हो।

(v) सूक्ष्मदर्शी को चित्र 6.2 जैसे रखिये जिसमें इसकी नली क्षैतिज तथा इस पर अंकित स्केल ऊर्ध्वाधर रहे। इसके नेत्रिका(eye piece) को आगे पीछे खिसकाकर क्रास तार पर फोकस करो। चन्द्रक से अभिदृश्यक लेंस एक विशिष्ट दूरी पर होने पर ही वह फोकस होगा। सूक्ष्मदर्शी के ऊर्ध्वाधर स्केल पर पाठयांक पढो।

(vi) अब धीरे से केशनली की कांच की पट्टिका को बिना हिलाये बीकर को हटा दो। फिर सूक्ष्मदर्शी को नीचे सरकाकर पिन के सिरे पर फोकस करो। पाठयांक अंकित करो।

(vii) दोनों पाठयांको का अन्तर निकालने पर केशनली में चढ़े हुए जल की ऊँचाई h मिलेगी। इस क्रिया को कम से कम दो तीन बार दोहराओ तथा h का माध्यमान निकालो।

(viii) केशनली का आन्तरिक व्यास निकालने के लिए सूक्ष्मदर्शी को चित्र 6.3 के अनुसार समायोजित कीजिये तथा क्रमश: केशनली के A तथा B पर फोकस कर पाठयांक नोट कीजिये। इन दो पाठ्यांकों का अन्तर केशनली का आंतरिक व्यास है। केशनली को इसी स्थिति पर समकोण से घुमा कर पुन: व्यास निकालिये। यह व्यास पहले के व्यास के लम्बवत होगा। इन दोनों पाठ्यांकों का माध्यमान आंतरिक व्यास होगा।

(ix) प्रत्येक नली से h व r मालूम करने के बाद प्रत्येक प्रेक्षण के लिए h व r का गुणनफल hr निकालकर माध्यमान निकालिये।सूत्र की सहायता से पृष्ठ तनाव T का परिकलन कीजिये।

## 6.6 प्रेक्षण (Observations)

कमरे का ताप = .................. °C

गुरूत्वीय त्वरण(g) = .................. सेमी/सेकण्ड$^{-2}$

पानी का घनत्व(d) .................. ग्राम/सेमी$^3$

प्रधान पैमाने का सबसे छोटा भाग = .................. सेमी

वर्नियर पैमाने पर भागों की संख्या ..................

वर्नियर पैमाने पर अल्पतमांक .................. सेमी

**h के लिए प्रेक्षण सारणी**

| केशिका क्रमांक | केशिका के चन्द्रक पर पाठ्यांक(सेमी) | | | पिन की नोक पर पाठ्यांक(सेमी) | | | केशिका में द्रव स्तम्भ की ऊंचाई (सेमी (h=c-c') |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | प्र. पै का पाठ्यांक a | व. पै का पाठ्यांक b | कुल पाठ्यांक c = a + b | प्र. पै का पाठ्यांक a' | व. पै का पाठ्यांक b' | कुल पाठ्यांक C' = a' + b' | |
| 1 | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | |

माध्य h = ........सेमी.

**r के लिए प्रेक्षण सारणी**

| केशिका क्रमांक | कोशिका आंतरिक व्यास के एक सिरे पर पाठ्यांक (सेमी) | | | आंतरिक व्यास के दूसरे सिरे पर पाठ्यांक (सेमी) | | | कोशिका का व्यास |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | प्र. पै का पाठ्यांक a | व. पै का पाठ्यांक b | कुल पाठ्यांक | प्र. पै का पाठ्यांक | व. पै का पाठ्यांक | कुल पाठ्यांक | $d = d_2 - d_1$ |
| 1 | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | |

केशिका का माध्य व्यास = सेमी.

केशिका की माध्य त्रिज्या = व्यास/2

=.........सेमी.

## 6.7 गणना व परिणाम (Calculation and result)

**गणना**

पृष्ठ तनाव $T = \frac{rhdg}{2}$

माध्य त्रिज्या, r = .................. सेमी

माध्य ऊँचाई h ............. .... सेमी

पानी का घनत्व d = 1 ग्राम/सेमी$^3$

गुरूत्वीय त्वरण g = 980 सेमी/से$^2$

सूत्र में सभी मान रखकर T के मान का परिकलन कीजिये।

**परिणाम**

कोशिका उन्नयन विधि द्वारा पानी का पृष्ठ तनाव = ..................(न्यूटन/मी.)

**बोध प्रश्न (Self assessment questions)**

4 पाठ्यांक लेते समय सूक्ष्मदर्शी को एक ही दिशा में क्यों चलाना चाहिए?

---------------------------------------------------------------------------

---------------------------------------------------------------------------

5 केशनली के व्यास को लम्बवत दिशाओं में क्यों निकालना चाहिए?

---------------------------------------------------------------------------

---------------------------------------------------------------------------

6 पृष्ठ तनाव का मात्रक क्या होता है?

---------------------------------------------------------------------------

---------------------------------------------------------------------------

7 केशनली का बोर (bore) कम क्यों होना चाहिए?

---------------------------------------------------------------------------

---------------------------------------------------------------------------

## 6.8 पूर्वावधान व त्रुटियों के स्रोत (Precautions and sources of errors)

**पूर्वावधान**

(i) केशिका नली की भीतरी सतह साफ होनी चाहिए। आवश्यकता पडने पर तेजाब का उपयोग करना चाहिए।

(ii) केशिका नली पूर्ण रूप से ऊर्ध्वाधर रहनी चाहिए अन्यथा h के मापन में त्रुटि रह जायेगी।

(iii) केश नली के दोनों सिरे खुले होने चाहिए।

(iv) केश नली का व्यास दो लम्ब दिशाओं में निकालना आवश्यक है।

(v) प्रयोग करते समय ताप को पढ़ना कभी नहीं भूलना चाहिए क्योंकि पृष्ठ तनाव ताप पर निर्भर करता है।

(vi) केश नली का बोर(bore) छोटा होना चाहिए जिससे जल अधिक चढ़कर h का मान अधिक हो।

(vii) बीकर चौड़े मुंह वाला होना चाहिए तभी जल का तल पूर्ण रूप से क्षैतिज रहेगा।

(viii) पाठ्यांक लेते समय सूक्ष्मदर्शी को एक ही दिशा में चलाने से पिच्छक त्रुटि नहीं होती है।

(ix) सूक्ष्मदर्शी के सभी पेचों की कसावट ठीक होनी चाहिए।

(x) धातु की पिन के स्थान पर कांच की तुली काम में लेना अधिक अच्छा है।

**त्रुटियों के स्रोत**

(i) केशिका नली पूर्ण रूप से ऊर्ध्वाधर नहीं हो।

(ii) केशिका नली का बोर छोटा न लिया हो।

(iii) पाठयांक लेते समय सूक्ष्मदर्शी को एक ही दिशा में नहीं चलाया हो।

(iv) केशिका नली का व्यास दो लम्बवत दिशाओं में न निकाला हो।

(v) बीकर, केशिका नली व जल पूर्णत: स्वच्छ न हो।

## 6.9 सारांश (Summary)

चल सूक्ष्मदर्शी का उपयोग कर केशिका उन्नयन विधि से पानी का पृष्ठ तनाव. कमरे के ताप पर ज्ञात किया गया।

## 6.10 शब्दावली (Glossary)

| | |
|---|---|
| अलपतमांक | Least Count |
| अंतरा-आणविक | Inter-molecula |
| आवर्धित | Magnified |
| ऊर्ध्वाधर | Vertical |
| केशिका नली | Capillary tube |
| घनत्व | Density |
| झिल्ली | Membrance |
| नवचन्द्रक | Meniscus |
| पृष्ठ तनाव | Surface Tension |
| व्यास | Diameter |
| सूक्ष्मदर्शी | Microscope |
| सम्पर्क | Contact |

## 6.11 संदर्भ गन्ध (Reference books)

K.K. Mohindroo “Experimental Physics” Pitamber Publishing Company, New Delhi

| | | |
|---|---|---|
| Indu Prakash and Ramakrishna | "A Text Book of Practical Physics" , Vol.1 | Kitab Mahal , Allahabd |
| भाटवडेकर, दशोरा, चौधरी | प्रथम वर्ष प्रायोगिक भौतिकी" | रमेश बुक डिपो. जयपुर |

## 6.12 बोध प्रश्नों के उत्तर (Answers to self assessment questions)

1 यदि द्रव की सतह पर एक रेखा की कल्पना की जाए तो पृष्ठ तनाव वह बल है, जो रेखा की एकांक लम्बाई पर कार्य करे। $T = F/L$.

2 कांच पानी युग्म के लिए सम्पर्क कोण शून्य डिग्री होता है।

3 केशिका नली में पृष्ठ तनाव के कारण जल ऊपर चढ़ता है।

4 जिससे पिच्छक त्रुटि नहीं होगी।

5 हो सकता है केशनली पूर्णत: गोल नहीं हो। इसलिए केशनली का व्यास दो लम्बवत दिशाओं में निकालकर माध्य निकाल लेते हैं।

6 पृष्ठ तनाव का मात्रक न्यूटन/ मीटर होता है।

7 केश नली का बोर कम होने से $h$ का मान अधिक होगा।

## 6.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर (Oral questions and answers)

1 द्रव के पृष्ठ तनाव से आप क्या समझते हैं?

उत्तर- द्रव का मुक्त पृष्ठ एक खिंची हुई रबड़ की झिल्ली के समान व्यवहार करता है जिसकी प्रवृत्ति सदैव अपने क्षेत्रफल को कम करने की होती है। इस प्रवृत्ति को ही पृष्ठ तनाव कहते हैं।

2 पृष्ठ तनाव क्यों उत्पन्न होता है? इसका मात्रक दो।

उत्तर- पृष्ठ तनाव अन्तराण्विक बलों के कारण उत्पन्न होता है। इसका मात्रक न्यूटन/मीटर होता है।

3 स्पर्श कोण की परिभाषा दो।

उत्तर- किसी बिन्दु पर द्रव और ठोस सतह के बीच स्पर्श कोण, वह कोण है जो द्रव सतह के अन्दर ठोस सतह और द्रव पृष्ठ पर स्पर्श रेखीय तल के मध्य बने।

4 नवचन्द्रक(मेनिस्कस) कब और क्यों अवतल या उत्तल होता है?

उत्तर- जब स्पर्श कोण न्यून होता है तो केशनली में नवचन्द्रक अवतल तथा जब यह अधिक कोण होता है तो उत्तल बनता है।

5 जल तथा कांच और पारे व कांच में स्पर्श कोण क्या होता है?

उत्तर- जल तथा कांच में 8' तथा पारे व कांच में स्पर्श कोण 135o होता है।

6 पृष्ठ तनाव ताप से कैसे बदलता है?

उत्तर- पृष्ठ तनाव ताप के साथ कम होता है।

7 असंजक तथा ससंजक बल किन्हें कहते हैं?

उत्तर- समान प्रकार के अणुओं के बीच के बल को ससंजक तथा असमान प्रकार के अणुओं के बीच के बल को असंजक बल कहते हैं।

8 पृष्ठ तनाव को पृष्ठ ऊर्जा के रूप में परिभाषित करो।

उत्तर- प्रति इकाई पृष्ठ क्षेत्रफल स्थितिज ऊर्जा का मान पृष्ठ तनाव के बराबर होता है।

9कौन सा द्रव केशनली में नीचे गिरता है?

उत्तर- जिसका नवचन्द्रक उत्तल होता है वह द्रव केशनली में नीचे उतर जाता है।

10 केशनली का व्यास आधा करने पर जल कितना चढ़ेगा?

उत्तर- केशनली का व्यास आधा करने पर चढ़े हुए जल की ऊँचाई पहले से दुगुनी हो जायेगी।

11द्रव की छोटी बूंद गोल आकार क्यों ग्रहण कर लेती है?

उत्तर- पृष्ट तनाव के कारण मुक्त पृष्ठ में ऊर्जा संग्रहीत होती है। दिये गए आयतन के न्यूनतम पृष्ठ के लिए आकार गोलिय होता है और पृष्ठ ऊर्जा नुनतम रहती है।

12केशनली का व्यास दो लम्ब दिशाओं में मापना क्यो आवश्यक है?

उत्तर- इससे केशनली पूर्णतया वृत्ताकार न होने पर भी माध्य व्यास ज्ञात कर त्रुटि को कम किया जाता है।

13 पृष्ठ तनाव का मान किन कारकों पर निर्भर करता है?

उत्तर- पृष्ठ तनाव का मान द्रव की प्रकृति एवं ताप पर निर्भर करता है।

14केशिका नली स्वच्छ तथा चिकनाई रहित क्यों होना चाहिए?

उत्तर- अन्यथा पृष्ठ तनाव का मान कम हो जायेगा।

# प्रयोग - 7

# मोनेल मिश्रधातु का क्यूरी-ताप ज्ञात करना

# (To determine the Curie temperature of monel alloy)

**प्रयोग की रूपरेखा**

7.0 उद्देश्य
7.1 प्रस्तावना
7.2 आवश्यक उपकरण
7.3 सिद्धान्त
7.4 चित्र
7.5 विधि
7.6 प्रेक्षण
7.7 गणना व परिणाम
7.8 पूर्वावधान एवम् त्रुटियों के स्रोत
7.9 सारांश
7.10 शब्दावली
7.11 संदर्भ ग्रन्थ
7.12 बोध प्रश्नों के उत्तर
7.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर

## 7.0 उद्देश्य (Objectives)

इस प्रयोग को करने के बाद आप

- अनेक पदार्थो के चुम्बकीय गुणों का विभिन्न तापों पर अध्ययन कर सकेंगे;
- विभिन्न पदार्थो में उस ताप का मान ज्ञात कर सकेंगे जिस पर वह पदार्थ लोह चुम्बकत्व के गुण को खोकर अनुचुम्बकीय पदार्थ के गुण दर्शाता है;
- अन्य चुम्बकीय पदार्थो के क्यूरी ताप ज्ञात कर सकेंगे;
- पदार्थ की चुम्बकीय प्रवृत्ति का मान एक निश्चित ताप पर ज्ञात कर सकेंगे।

## 7.1 प्रस्तावना (Introduction)

हम जानते हैं कि किसी भी चुम्बकीय पदार्थ की चुम्बकशीलता व चुम्बकीय प्रवृत्ति उसको दिये गये ताप पर निर्भर करती हैं। चुम्बकीय पदार्थो को तीन भागों मे विभाजित किया जा सकता है।प्रतिचुम्बकीय(diamagnetic),अनुचुम्बकीय(paramagnetic)व लोहचुम्बकीय(ferromagnetic)। हम यह भी जानते है कि लोह चुम्बकीय पदार्थ की चुम्बकीय प्रवृत्ति पदार्थ के परमताप के व्युत्क्रमनुपाती होती है अर्थात् चुम्बकीय प्रवृत्ति तापक्रम के बढ़ने पर घटती है। यह ही क्यूरी नियम कहलाता है। हम उस तापकम के मान को ज्ञात करना चाहते है जिस पर इसकी

चुम्बकीय प्रवृत्ति(susceptibility) अनुबुम्बकीय पदार्थ की चुम्बकीय प्रवृत्ति की कोटि की हो जाती है। पदार्थो के इस तापक्रम के मान को ज्ञात करने के लिये प्रयोग में हम उदाहरण के लिये मोनेल मिश्रधातु का उपयोग करेगें। अनुच्छेद 7.2 में हम उपयोग में लाये जाने वाले आवश्यक उपकरणों की जानकारी प्राप्त करेंगे। प्रयोग में काम आने वाले सिद्धान्त का वर्णन हम अनुच्छेद 7.3 में करेंगे। अनुच्छेद 7.4 मे क्यूरी ताप मापने के उपकरण को चित्र मे दर्शाया गया है। प्रयोग विधि का विस्तृत वर्णन अनुच्छेद 7.5 मे किया गया है। अनुच्छेद 7.6 मे प्रयोग के काम में आने वाली प्रेक्षण सारणी बनाई गई है। प्रयोग से प्राप्त परिणाम ज्ञात करने के लिये गणना की गई है जिसे अनुच्छेद 7.7 मे दिया गया है। इसी अनुच्छेद में प्रयोग से प्राप्त परिणाम का भी उल्लेख किया गया है। प्रयोग के दौरान काम में लिये जाने वाले पूर्वावधान व त्रुटियों के स्रोत अनुच्छेद 7.8 में बताये गये हैं तथा मौखिक प्रश्न व उत्तर अनुच्छेद 7.1.3 में दिये गये है।

## 7.2 आवश्यक उपकरण(Apparatus required)-

प्रत्यावर्ती धारा की मुख्य लाइन, अपचायी ट्रांसफॉर्मर, एक प्रयोगशाला में बनाया हुआ ट्रांसफार्मर जिसमें प्राथमिक और द्वितीयक में फेरों का अनुपात 1:2 हो और तीव्र युग्मन हो, माइको-अमीटर, धारा नियन्त्रक, दिष्टकारी, मोनेल मिश्रधातु व गर्म करने की व्यवस्था, तापमापी, संयोजी तार, किस्टल डायोड आदि।

## 7.3 सिद्धान्त (Theory)

क्यूरी ताप वह ताप है जिस पर चुम्बकीय पदार्थ लोह चुम्बकीय से अनुचुम्बकीय अवस्था में परिवर्तित हो जाता है। सभी लोह-चुम्बकीय पदार्थ क्यूरी ताप से नीचे स्वत: चुम्बकन का गुण दर्शातें है। इन पदार्थो पर से बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र हटाने पर भी पदार्थ में चुम्बकन रहता है। यदि संत्रप्त चुम्बकन और ताप के बीच ग्राफ खींचा जाये तो प्राप्त वक प्रारम्भ में चुम्बकन का मान नियत बताता है और जैसे-जैसे ताप बढ़ता जाता है चुम्बकन में कमी होती जाती है। एक निश्चित ताप के बाद चुम्बकन मे यह कमी एकदम इतनी हो जाती है कि वक लगभग ताप अक्ष को स्पर्श कर जाता है। यह.ताप जिस पर चुम्बकन लगभग शून्य हो जाता है, क्यूरी ताप कहलाता हैं।

इसके विपरीत यदि पदार्थ को उच्च-ताप से धीरे धीरे ठंडा किया जाये तो क्यूरी ताप पर चुम्बकन के मान में एकदम तीक्ष्ण वृद्धि होगी।चूँकि मोनेल मिश्रधातु का ताप लगभग $50^{o}$ C होता है जोकि प्रयोगशाला मे सुगमता से प्राप्त किया जा सकता है, इसलिये ही हम इस मिश्रधातु के लिये क्यूरीताप ज्ञात करते हैं। जब किसी ट्रांसफार्मर की प्राथमिक कुण्डली में धारा प्रवाहित की जाती है तो द्वितीयक कुण्डली मे भी उसी आवृत्ति की धारा प्रवाहित होने लगती है जोकि प्रेरित $\epsilon$ धारा होती है। प्रेरित विद्युत वाहक बल, कुण्डलियो में फेरों की संख्या के अनुपात, उनके युग्मन तथा माध्यम(जो कि यहाँ मोनेल मिश्रधातु है) की चुम्बकशीलता पर निर्भर करता

गर्म करते हुए जिस ताप पर चुम्बकशीलता एकदम गिरती है या ठण्डा करते हुये जिस ताप पर चुम्बकनशीलता एकदम बढ़ती है, उस ताप को अंकित किया जाता है। चुम्बकशीलता के इस परिवर्तन कों दिष्टकारी धारा में परिवर्तन से ज्ञात किया जाता है।

**बोध प्रश्न (Self assessment questions)**

1. क्यूरी ताप क्या होता है?

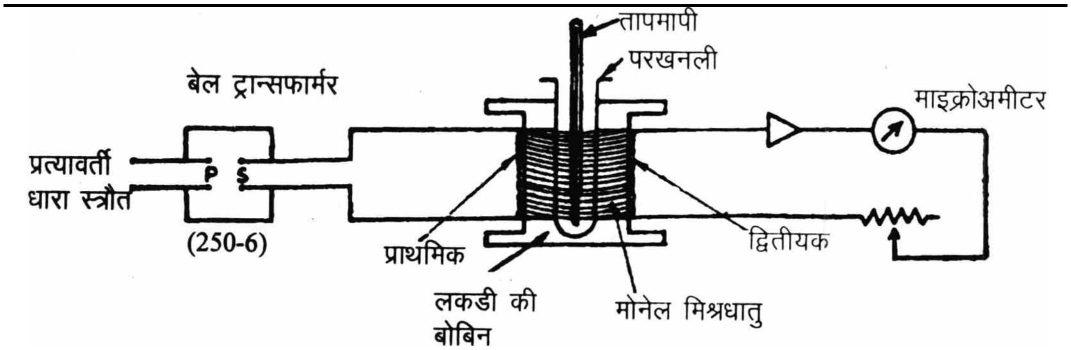
--------------------------------------------------------------------------------

--------------------------------------------------------------------------------

2. वह कौन सी राशि है जो की क्यूरी ताप पर एकदम बढ़ती या घाटी है ?

--------------------------------------------------------------------------------

## 7.4 चित्र (Diagram)



**चित्र: 7.1 क्यूरी ताप मापने का उपकरण**

## 7.5 विधि (Method)

(i) मोनेल-मिश्रधातु को एक पतले तार के रुप मे लिया जाता है। मोनेल तार का एक गुच्छा सा बनाकर पतली परखनली में पैक कर दिया जाता है। परखनली को अब ग्लिसरीन या ट्राँसफार्मर तेल से भर दिया जाता है।

(ii) ट्राँसफार्मर बनाने के लिये एक बड़े छेद वाले बॉबिन पर एक रोधी ताँबे के तार की दो कुण्डलियाँ लपेटी जाती हैं। प्राथमिक व द्‌वितीयक कुण्डली में फेरों की संख्या का अनुपात 1 :2 लिया जाता है। ट्राँसफार्मर की प्राथमिक कुण्डली को अपचायी बेल ट्राँसफार्मर की द्‌वितीयक से लगाया जाता है।

(iii) ट्राँसफार्मर की द्‌वितीयक कुण्डली का संयोजन क्रिस्टल-डायोड से होते हुए माइक्रोअमीटर से लगाया जाता है। इस परिपथ में एक धारा नियंत्रक भी जोड़ा जाता है। मोनेल-तार वाली परखनली को बॉबिन के छेद में रखने पर वह ट्राँसफार्मर की कुण्डलियो के लिये क्रोड का कार्य करता है।

(iv) मोनेल-तार वाली परखनली(जिसमे ट्रॉसफार्मर तेल भरा हुआ है) को $70^0$ से $80^0$ तक गर्म करके उसे ट्राँसफार्मर में रख दीजिये। परखनली में एक तापमापी लगाइये जिससे मोनेल-मिश्रधातु का ताप नोट को सारणी में अंकित कीजिये।

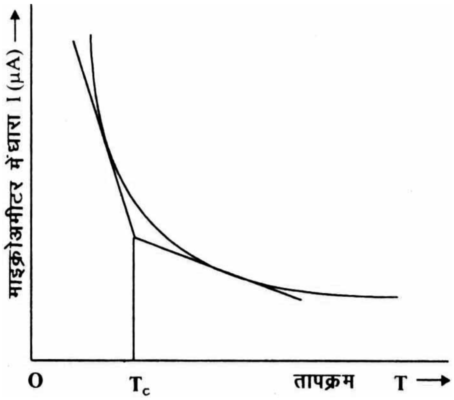
(v) ट्राँसफार्मर की प्राथमिक कुण्डली मे प्रत्यावर्ती धारा प्रवाहित कीजिये। प्राथमिक में प्रवाहित इस प्रत्यावर्ती धारा के कारण द्‌वितीयक कुण्डली में भी प्रत्यावर्ती धारा प्रेरित हो जाती है। इस धारा का मान मोनेल की चुम्बकशीलता(susceptibility) पर निर्भर करता है।

(vi) परिपथ में लगा क्रिस्टल-डायोड द्‌वितीयक में प्रवाहित प्रत्यावर्ती धारा को दिष्टधारा में परिवर्तित कर देता है। इस धारा का मान माइक्रो अमीटर से ज्ञात कूर संगत ताप पर इसे सारणी में नोट कीजिये।

(vii) धीरे-धीरे मोनेल मिश्रधातु ठंडा होने लगता है तथा इस का ताप गिरने लगता है। ताप के 5-5$^{o}$ C गिरते क्रम मे लगातार तापक्रम व उसके संगत धारा का मान सारणी मे नोट करते जाइये।

(viii) कुछ ताप कम होने पर धारा का मान एकाएक तीव्रता से बढने लगेगा तथा ताप और धारा मे आलेख चित्र 7.2 में दिखाये अनुसार होगा।

(ix) चित्र 7 .2 में प्राप्त वक्र के दोनों ओर स्पर्शज्या रेखायें खीचिये। ये रेखाएँ किसी एक बिन्दु पर मिलती है। इस बिन्दु के संगत ताप को ज्ञात कीजिये। यह ताप क्यूरी ताप $T_c$ होगा।



**चित्र: 7.2 धारा व ताप में आलेख**

**बोध प्रश्न (Self assessment questions)**

3. परिपथ में लगा क्रिस्टल डायोड किस काम में आता है?

---

---

4. प्राथमिक व द्‌वितीयक कुण्डली में युग्मन कैसा होना चाहिये?

---

## 7.6 प्रेक्षण (Observation)

| क्रम सं. | धारा( माइक्रो एम्पियर में) | ताप($^{o}$C) |
|---|---|---|
| 1. | | |
| 2. | | |
| 3. | | |
| 4. | | |
| 5. | | |
| 6. | | |
| 7. | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8. | | | |
| 9. | | | |
| 10. | | | |

## 7.7 गणना व परिणाम(calculation and result)

**गणना**

धारा व ताप के बीच ग्राफ खींचिये। वक्र के सिरों से चित्र 7.2 के अनुसार स्पर्श रेखाएँ खीचिये। इन रेखाओं का काट बिन्दु क्यूरी ताप $T_c$ होगा।

**परिणाम**

मोनेल मिश्रधातु का क्यूरी ताप .......$^{o}$C प्राप्त हुआ।

## 7.8 पूर्वावधान एवं त्रुटियों के स्रोत (Precautions and sorces of errors)

**पूर्वावधान**

(i) मोनेल मिश्रधातु के तार को गुच्छे के रुप मे दबा-दबा कर परखनली में रखा जाता है परन्तु परखनली के प्रत्येक भाग का ताप समान रखना कठिन होता है।

(ii) प्राथमिक व द्वितीयक कुण्डली में युग्मन जितना समीप सम्भव हो, होना चाहिये।

(iii) तापक्रम का पाठयांक सही प्रकार लेना चाहिये।

(iv) क्यूरी ताप सिद्घान्ततः एक तीक्ष्ण(sharp) बिन्दु होना चाहिये।

**त्रुटियों के स्रोत**

(i) पूरे मोनेल मिश्रधातु के गुच्छे पर तापक्रम का समान न होना।

(ii) प्राथमिक व द्वितीयक कुण्डलियों में युग्मन का ठीक न होना।

(iii) माइक्रोमीटर के पाठ्यांक का सही न प्रेषित होना।

(iv) वक्र पर दोनों ओर ठीक प्रकार स्पर्श रेखाएँ न खींचना।

(v) सही P-N डायोड न लगा होना।

## 7.9 सारांश (Summary)

मोनेल-मिश्रधातु के चुम्बकन में ताप के साथ परिवर्तन के द्वारा इसका क्यूरी ताप ज्ञात किया गया।

## 7.10 शब्दावली (Glossary)

| | |
|---|---|
| अनुचुम्बकीय | Paramagnatic |
| चुम्बकीय प्रवृत्ति | Susceptibility |
| द्वितीयिक | Secondary |
| प्रति चुम्बकीय | Diamagnetic |
| प्राथमिक | Primary |

| | |
|---|---|
| माइक्रो-अमीटर | Micro-ammeter |
| मिश्रधातु | Alloy |
| लोह चुम्बकीय | Ferromagnetic |

## 7.11 संदर्भ ग्रन्थ (Reference books)

| | | |
|---|---|---|
| Raj Kumar | "Advanced Practical | Kedar nath |
| Madan Lal | Physics" | Ram Nath , Meerut |
| H.P. Sharma | " A Text book of | Ratan Prakashan Mandir |
| H.P. Sinha | Practical Physics " | Indore |
| भाटवडेकर, | नवीन प्रथम वर्ष | रमेश बुक डिपो, |
| दशोरा एवं चौधरी | प्रायोगिक भौतिकी | जयपुर |

## 7.12 बोध प्रश्नों के उत्तर (Answers to self assessment questions)

1. वह ताप जिस पर किसी लोह चुम्बकीय पदार्थ की चुम्बकीय प्रवृत्ति अनुचुम्बकीय पदार्थ की कोटि की हो जाती है, क्यूरी ताप कहलाता है।
2. वह राशि चुम्बकीय प्रवृत्ति है।
3. द्वितीयक कुण्डली में प्रवाहित प्रत्यावर्ती धारा को दिष्ट धारा में परिवर्तित कर देता
4. युग्मन जितना समीप हो सके, होना चाहिये।

## 7.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर (Oral questions and answers)

1 इस प्रयोग में मोनेल-मिश्रधातु को ही क्यों चुना जाता है

उत्तर- मोनेल मिश्रधातु का क्यूरी ताप लगभग 50oC होता है जो कि प्रयोगशाला में सरलता से प्राप्त किया जा सकता है।

2 प्रयोग मे उपयुक्त द्वितीयक कुण्डली में धारा का मान अधिक क्यों हो जाता है।

उत्तर- ट्राँसफार्मर की प्रथमिक कुण्डली को अपचायी ट्राँसफार्मर की द्वितीयक में लगाया जाता है जिससे द्वितीयक कुण्डली में वोल्टता का मान कम तथा धारा का मान अधिक हो जाता है।

3 मोनेल-मिश्रधातु का अच्छा पैकिंग क्यों होना चाहिये?

उत्तर- चुम्बकशीलता के मापन के लिये मोनेल-तार के गुच्छे का परखनली मे अच्छा पैकिंग होना चाहिये क्योंकि यह ट्राँसफार्मर के क्रोड का कार्य करता है।

4 परिपथ में क्रिस्टल डायोड का उपयोग क्यों करते है?

उत्तर- क्रिस्टल डायोड प्रत्यावर्ती धारा को दिष्ट धारा में परिवर्तित कर देता है।

5 पदार्थो क्रो किस आधार पर लौह-चुम्बकीय, अनुचुम्बकीय तथा प्रतिचुम्बकीय प्रकार में बाँटा जाता है।

उत्तर- पदार्थो को उनकी चुम्बकीय प्रवृत्ति के आधार पर लौह-चुम्बकीय, अनुचुम्बकीय तथा प्रतिचुम्बकीय प्रकार में बाँटा जाता है।

6 चुम्बकीय प्रेरण(B) के मात्रक क्या होता है?

उत्तर- वेबर प्रति वर्ग मीटर

7ट्राँसफार्मर किस सिद्धान्त पर कार्य करता है?

उत्तर- ट्राँसफार्मर अन्योन्य प्रेरण के सिद्धान्त पर कार्य करता है।

8ट्राँसफार्मर की बनावट कैसी होती है?

उत्तर- ट्राँसफार्मर में एक नरम लोहे का क्रोड(core) होता है, जिस पर दो पृथक कुण्डलियाँ(प्राथमिक व द्वितीयक) लपेटी हुई होती हैं। इन कुण्डलियों को आपस में व लोह क्रोड से विद्युतरोधी किया जाता है।

9लोहे का क्यूरी ताप कितना होता है? क्या इसे सरलता से प्रयोगशाला में प्राप्त किया जा सकता है?

उत्तर- लोहे का क्यूरी ताप 770oC होता है तथा इसे प्रयोगशाला मे सरलता से प्राप्त नहीं किया जा सकता है।

10 बेल ट्राँसफार्मर किस प्रकार का ट्रॉसफार्मर है?

उत्तर- यह अपचायी ट्राँसफार्मर है।

11 क्यूरी-वाइस का नियम क्या है?

उत्तर- क्यूरी-वाइस के नियमानुसार लोह चुम्बकीय पदार्थो की चुम्बकीय प्रवृत्ति की ताप पर निर्भरता होती है। इस नियमानुसार चुम्बकीय प्रवृत्ति, जहाँ C, क्यूरी नियतांक तथा Tc, क्यूरी ताप है।

12 चुम्बकीय पदार्थ कितने प्रकार के होते है?

उत्तर- चुम्बकीय पदार्थ तीन प्रकार के होते हैं

a.प्रति चुम्बकीय

b.अनुचुम्बकीय

c.लोह चुम्बकीय

13 अन्योन्य प्रेरण किसे कहते है

उत्तर- एक कुण्डली में धारा परिवर्तन के कारण दूसरी कुण्डली में विद्युत वाहक बल प्रेरित होने की घटना को अन्योन्य प्रेरण कहते है।

# प्रयोग-8

# कैलेण्डर व बार्न विधि से ऊष्मा के यांत्रिक तुल्यांक(J) का मान ज्ञात करना

# (To determine the value of mechanical equivalent of heat(J) using Callender and Barne's method)

**प्रयोग की रूपरेखा**

8.0 उद्देश्य
8.1 प्रस्तावना
8.2 आवश्यक उपकरण
8.3 सिद्धान्त
8.4 चित्र
8.5 विधि
8.6 प्रेक्षण
8.7 गणना व परिणाम
8.8 पूर्वावधान एवम् त्रुटियों के स्रोत
8.9 सारांश
8.10 शब्दावली
8.11 संदर्भ ग्रन्थ
8.12 बोध प्रश्नों के उत्तर
8.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर

## 8.0 उद्देश्य (Objectives)

इस प्रयोग को करने के बाद आप

- ऊष्मा के यांत्रिक तुल्यांक (J) का मान प्रायोगिक विधि से ज्ञात कर सकेंगे;
- ऊष्मा के यांत्रिक तुल्यांक की भौतिक सार्थकता समझ सकेंगे।

## 8.1 प्रस्तावना (Introduction)

आप जानते हैं कि ऊर्जा के प्रवाह (transit) को प्राय: ऊष्मा के रूप में व्यक्त किया जाता है।ऊष्मा का प्रवाह सदैव उच्च तापीय तंत्र से निम्न तापीय तंत्र की ओर होता है। ऊष्मा, कार्य व ऊर्जा की समान इकाई होती है। जूल के द्वारा यह स्थापित किया गया कि जब भी ऊष्मा उत्पादन के लिए यात्रिक कार्य किया जाता है, उत्पन्न ऊष्मा H का मान किये गये यांत्रिक कार्य (W) अथवा ऊर्जा के समानुपाती होता है अर्थात $W \propto H$ या $W = JH$ ... (8.1)

यदि H =1 हो तो J = W अर्थात् आंकिक रूप में उस यांत्रिक कार्य के तुल्य होता है जो एकांक मात्रा में ऊष्मा उत्पन्न करने के लिए आवश्यक है। इसे ऊष्मा का यांत्रिक तुल्यांक कहा जाता है। इलाका मान 4.186 जूल/किलो कैलोरी या 4.186 जूल/कैलोरी होता है। अत: जब 4186 जूल यांत्रिक कार्य को संपूर्ण रूप से ऊष्मा में परिवर्तित कर दें तो यह एक किलोग्राम जल का ताप $14.5^oC$ से $15.5\ ^oC$ परिवर्तित कर देता है। यहाँ यह याद रखना चाहिये कि J एक भौतिक राशि नहीं है।

प्रयोग करने के लिए आवश्यक उपकरणों की सूची अनुच्छेद 8.2 में दी गयी है। अनुच्छेद 8.3 में प्रयोग से सम्बन्धित भौतिक सिद्धान्त का संक्षिप्त विवरण दिया गया है। प्रयोग के लिए आवश्यक परिपथ चित्र तथा प्रयोग करने की बिन्दुवार विधि क्रमश: अनुच्छेद 8.4 व 8.5 में समझाई गयी है। अनुच्छेद 8.6 में प्रेक्षण सारणी दी गयी है। गणना की आवश्यक जानकारी अनुच्छेद 8.7 में दी गयी है। इसी अनुच्छेद में प्रयोग से प्राप्त परिणाम का भी उल्लेख किया गया है। प्रयोग करने के दौरान काम में ली जाने वाली सावधानियों तथा त्रुटियों के स्रोत की जानकारी अनुच्छेद 8.8 में दी गयी है। प्रयोग का सारांश अनुच्छेद 8.9 में दिया गया है। प्रयोग से सम्बन्धित महत्वपूर्ण शब्दावली अनुच्छेद 8.10 तथा संदर्भ मथ अनुच्छेद 8.11 में दिये गये हैं। बोध प्रश्नों के उत्तर अनुच्छेद 8.12 में दिये गये हैं। अन्त में प्रयोग से सम्बन्धित मौखिक प्रश्न तथा उनके उत्तर अनुच्छेद 8.13 में दिये गये हैं।

## 8.2 आवश्यक उपकरण (Apparatus required)

कैलेण्डर व बार्न का उपकरण अचर जल तल की टंकी, अमीटर, वोल्टर्मोटर, धारा नियंत्रक, प्लग कुंजी, ०1०ए अल्पतमांक के दो तापमापी, विराम घड़ी, नपना गिलास, संचायक सेल, भौतिक तुला, बाट-बक्स एवं संयोजी तार इत्यादि।

**उपकरण का संक्षिप्त विवरण**:

कैलेण्डर व बार्न के उपकरण में चित्र 8.1 में बताये अनुसार काँच की एक पतली नली लकडी के.एक बोर्ड पर स्थित लकड़ी के ही एक बक्स में क्षैतिज अवस्था में रखी जाती है। नली के चारों ओर प्राय: रूई भरी होती है जिससे विकिरण के कारण ऊष्मा क्षय को न्यूनतम किया जा सके।कॉच की नली के अन्दर नाइक्रोम का कुडलीनुमा तार रखा जाता है जो कि धारा प्रवाह की स्थिति में ऊष्मक(heater) के समान कार्य करता है! इस तार की कुंडलीनुमा आकृति नली में प्रवाहित पानी का विलोडन भी करती है। काँच की इस नली को दो धातु स्तम्भों $M_1$ व $M_2$ के मध्य रखते हैं जिनमें चित्र में बताये अनुसार दो तापमापी $T_1$ व $T_2$ लगे होते हैं।काँच की नलिका के एक सिरे को रबर की नली द्वारा जल तल की टंकी(constant level tank) से व दूसरे सिरे को निकास नलिका से जोड़ा जाता है।निकास नलिका से निर्गत जल को नपना गिलास में एकत्रित किया जाता है। कुंडली के दोनों सिरों के मध्य श्रेणी क्रम में बैटरी(B) अमीटर(A), प्लग कुंजी(K) व धारा नियंत्रक(Rh) लगाते हैं व समांतर क्रम में वोल्टमीटर(V) लगाया जाता है।

## 8.3 सिद्धान्त (Theory)

चित्र में बताये परिपथ को बंद करने पर(कुंजी K में प्लग लगाने पर) माना बैटरी के द्वारा परिपथ में धारा I प्रवाहित होती है तथा कुंडली के सिरों के मध्य विभवांतर $E_1$ उत्पन्न होता है। इस अवस्था में कुंडली में प्रवाहित धारा द्वारा प्रति सेक्स किया गया कार्य(W) होता है। $W = E_1I_1$, जूल

इस कार्य द्वारा ऊष्मक कुंडली में H कैलोरी ऊष्मा उत्पन्न होती है। यदि ऊष्मा का यांत्रिक तुल्यांक J जूल प्रति किलो कैलोरी हो तो उत्पन्न ऊष्मा H का मान होगा: -

$$H = \frac{W}{J} = \frac{E_1 I_1}{J} \text{ किलो कैलोरी} \qquad ...(8.2)$$

यह ऊष्मा न केवल कुंडली के चारों ओर प्रवाहित जल को गर्म करती है परंतु इसका कुछ भाग विकिरण ऊर्जा(R) के रूप में भी व्यय होता है। अत: जल द्वारा एक सेकण्ड में ग्रहण की गई कुल ऊष्मा का मान होगा:

$$Q = H - R = \frac{E_1 R_1}{J} - R \qquad ...(8.3)$$

यदि पानी के प्रवाह की दर $m_1$, किलो ग्राम प्रति सेकंड हो और नली में प्रविष्ट व निर्गत जल का ताप क्रमश: $\theta_1$ व $\theta_2$,हो तथा जल की विशिष्ट ऊष्मा s हो तो प्रति सेकंड जल द्वारा ली जाने वाली ऊष्मा की मात्रा होगी :

$$Q = m_1 s(\theta_2 - \theta_1) \qquad ...(8.4)$$

शुद्ध जल के लिए s का मान 1(एक) लिया जाता है। समी.(8.3) व(8.4) से शुद्ध जल के लिये

$$\frac{E_1 R_1}{J} - R = m_1(\theta_2 - \theta_1) \qquad ...(8.5)$$

जब कुंडली के चारों ओर जल प्रवाह प्रारम्भ किया जाता है तो$(\theta_2 - \theta_1)$ का मान समय के साथ परिवर्तित होता रहता है तथा जल के निरन्तर प्रवाह से कुछ समय बाद$(\theta_2 - \theta_1)$ का मान नियत हो जाता है। इस अवस्था को स्थायी अवस्था(steady state) कहते हैं।

अब धारा का मान $I_1$ से परिवर्तित करके $I_2$ करते हैं जिससे कुंडली के सिरों के मध्य विभवांतर $E_1$ से परिवर्तित होकर $E_2$ हो जाता है। नली में पानी के प्रवाह की दर को इस प्रकार नियंत्रित किया जाता है कि पानी के प्रवेश व निर्गम का तापांतर स्थिर रहे। इस अवस्था में R का मान अपरिवर्तित रहेगा। अब यदि पानी के प्रवाह की दर $m_2$ किलोग्राम प्रति सेकण्ड हो तो

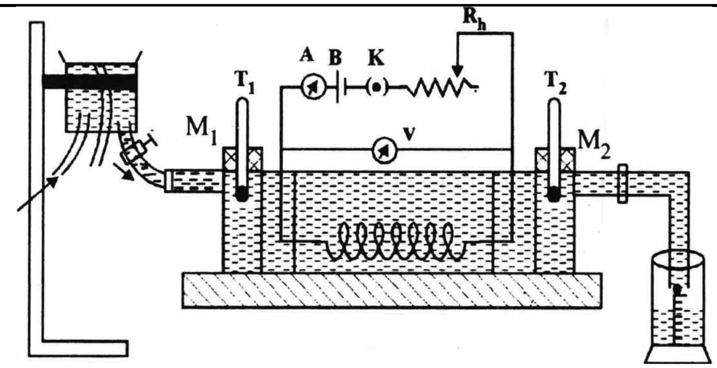
$$\frac{E_2 I_2}{J} - R = m_2(\theta_2 - \theta_1) \qquad ...(8.6)$$

समी.(8.5) में से(8.6) को घटाने पर

$$\frac{E_1 I_1 - E_2 I_2}{J} = (m_1 - m_{2)}(\theta_2 - \theta_1)$$

या $J = \dfrac{E_1 I_1 - E_2 I_2}{(m_1 - m_{2)}(\theta_2 - \theta_1)}$ जूल /किलो कैलोरी ...(8.7)

## 8.4 परिपथ चित्र (Circuit diagram)



**चित्र 8.1 कलेंडर व वार्न उपकरण**

**बोध प्रश्न (Self assessment questions)**

1. एक किलो कैलोरी ऊष्मा उत्पन्न करने के लिए कितना कार्य करना होगा ?

--------------------------------------------------------------------------------

--------------------------------------------------------------------------------

2. ऊष्मक तार कुंडलीनुमा क्यों लेते हैं ?

--------------------------------------------------------------------------------

--------------------------------------------------------------------------------

3. जल प्रवाह की दर नियत क्यों करनी चाहिए ?

--------------------------------------------------------------------------------

## 8.5 विधि (Method)

(i) चित्र में बताये अनुसार सभी उपकरणों को व्यवस्थित कीजिए। स्तम्भों $M_1$ व $M_2$ में कार्क लगाकर थर्मामीटर व्यवस्थित करें ताकि उनसे पानी न रिसे।

(ii) स्थिर जल तल टंकी से जुड़ी जिस रबर की नली को प्रयुक्त उपकरण से जोड़ा गया है, उसमें एक पिंच कॉर्क I लगाएं ताकि निकास नलिका से नपना गिलास में प्रति मिनट 2 से 3 ग्राम पानी एकत्रित हो।

(iii) कुंजी प्र में प्लग लगाकर कुंडली में धारा प्रवाहित करें तथा $E_1$ व $I_1$ का मान क्रमश: वोल्टमीटर व अमीटर से ज्ञात करें।

(iv) धारा के कुंडली में प्रवाह के कारण उपकरण से प्रवाहित जल का ताप बढ़ने लगता है। उपकरण में प्रवेश करने वाले जल का ताप($\theta_1$) व निर्गत जल का ताप($\theta_2$) क्रमश: तापमापी $T_1$ व $T_2$, से प्रत्येक 5 मिनट बाद पढ़े व उसे सारणी- 1 में लिखें। इस क्रम को तब तक जारी रखें जब तक तापांतर लगभग $5^oC$ न हो जाये।

(v) सूखे स्वच्छ नपना गिलास की सहायता से जल की एक निश्चित मात्रा एकत्रित करें व उसे एकत्रित करने में लगा समय विराम घड़ी से ज्ञात करें। इससे जल प्रवाह की दर $m_1$ प्राप्त होगी।

(vi) धारा नियंत्रक की सहायता से प्रवाहित धारा का मान $I_2$ करके वोल्टमीटर का पाठ्यांक $E_2$ ज्ञात करें। जल के प्रवाह को पिच कॉक से इस प्रकार नियंत्रित करें कि स्थाई अवस्था में दोनों तापमापियों का ताप अपरिवर्तित रहे। यदि $I_2$ का मान $I_1$ से अधिक हो तो पिच कॉक को ढीला कर दे और यदि $I_2$ का मान $I_1$ से कम हो तो पिंच कॉक को कस दे।

(vii) जल के प्रवाह की दर $m_2$ को पुन: ज्ञात करें। प्रयोग के अन्त में धारा प्रवाह व जल प्रवाह बंद कर दें।

(viii) समी. (8.7) की सहायता से J के मान का परिकलन कीजिये।

**बोध प्रश्न (Self assessment questions)**

4. नपना गिलास में जल का आयतन पता चलता है। बिना तुला के उस का द्रव्यमान कैसे ज्ञात करेंगे?

----------------------------------------------------------------------------

----------------------------------------------------------------------------

## 8.6 प्रेक्षण (Observations)

**स्थायी अवस्था ज्ञात करना:**

| क्रम सं | समय (मिनटो में) | तापमापी $T_1$ का पाठ्यांक $\theta_1$(°C) | तापमापी $T_2$ का पाठ्यांक $\theta_2$(°C) |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | | |
| 2 | 5 | | |
| 3 | 10 | | |
| 4 | 15 | | |
| . | . | | |
| . | . | | |

स्थायी अवस्था में तापमापी $T_1$ का ताप $\theta_1$ =................°C

स्थायी अवस्था में तापमापी $T_2$ का ताप $\theta_2$ =................°C

**जल प्रवाह की दर ज्ञात करना :**

| क्रम सं. | विभवांतर (वोल्ट में) | धारा (एम्पियर में) | जल की एकत्रित मात्रा(कि.ग्रा.) | एकत्रित करने में लगा समय(सेकण्ड) | जल की प्रवाह दर(किग्रा/से) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | $E_1$ = .. | $I_1$ = .. | $M_1$ = | $t_1$ = | $m_1 = \frac{M_1}{t_1} =$ |
| 2. | $E_2$ = .. | $I_2$ = .. | $M_2$ = | $t_2$ = | $m_2 = \frac{M_2}{t_2} =$ |

## 8.7 गणना व परिणाम (Calculation and result)

**गणना**

$$J = \frac{E_1 I_1 - E_2 I_2}{(m_1 - m_{2)}(\theta_2 - \theta_1)}$$ जूल/किलो कैलोरी

$E_1$, $I_1$, E ,$_2I_2$, J, $m_1$, $m_2$, $\theta_1$ व $\theta_2$ के मान ज्ञात करके J का मान ज्ञात किया जाता है।

**परिणाम**

ऊष्मा का यांत्रिक तुल्यांक(परिकलन द्‌वारा) = जूल/ किलो कैलोरी

ऊष्मा के यांत्रिक तुल्यांक का प्रमाणिक मान = 4.18 जूल/किलो कैलोरी

प्रतिशत त्रुटि = %

## 8.8 पूर्वावधान व त्रुटियों के स्रोत (precautions and sources of errors)

**पूर्वावधान**

(i) उपकरण में पानी का विलोडन करने की कोई युक्ति नहीं लगाई गई है अत: उसका स्वत: विलोडन होने के लिए कुंडलीनुमा तार प्रयोग में लाना चाहिये।

(ii) जल प्रवाह की दर स्थिर रहनी चाहिए जिससे($\theta_2$ - $\theta_1$) का मान नियत रहे।

(iii) धारा प्रवाह लगभग एक एम्पियर व जल प्रवाह की दर 2 से 3 ग्राम प्रति मिनट करने से स्थायी अवस्था में तापांतर $5^oC$ से कम रहता है।

(iv) उपकरण से पानी का कोई भी रिसाव परिणाम में त्रुटि उत्पन्न कर देगा क्योंकि $m_1$ व $m_2$ के मानों में त्रुटि उत्पन्न हो जायेगी।

**त्रुटियों के स्रोत**

(i) जल प्रवाह का नियत न होना।

(ii) तापमापी का सुग्राही न होना।

(iii) जल के द्रव्यमान का गलत पठन होना।

(iv) उपकरण से पानी का रिसाव होना।

## 8.9 सारांश (Summary)

कैलेण्डर व बार्न उपकरण की सहायता से ऊष्मा के यांत्रिक तुल्यांक(J) का मान पर्याप्त यर्थाथता से प्राप्त होता है।

## 8.10 शब्दावली (Glossary)

| | |
|---|---|
| ऊष्मा | Heat |
| ऊष्मक | Heater |
| नपना गिलास | Measuring glass |
| यांत्रिक कार्य | Mechanical work |

| | |
|---|---|
| विकिरण | Radiation |
| विलोड़न | Stirring |
| विशिष्ट ऊष्मा | Specific Heat |
| स्थायी अवस्था | Steady state |

## 8.11 संदर्भ ग्रन्थ (Reference books)

| | | |
|---|---|---|
| भाटवडेकर, दशोरा, चौधरी | "नवीन प्रथम वर्ष | रमेश बुक डिपो, |
| | प्रायोगिक भौतिकी" | जयपुर |
| एमपी. सकनेना, पी.आर सिंह, | "प्रायोगिक भौतिकी" | कॉलेज बुक हाउस |
| एस. एस. रावत, | एनएस. सक्सेना | जयपुर |

## 8.12 बोध प्रश्नों के उत्तर (Answers to self assessment questions)

1. एक किलो कैलोरी ऊष्मा उत्पन्न करने के लिये 4186 जूल कार्य करना पड़ता है।

2. ऐसा करने से जल स्वत: विलोडित होता है और वह तापक से उत्पन्न ऊष्मा को एक समान रूप से ग्रहण करता है।

3. स्थाई अवस्था प्राप्त करने के लिये जल प्रवाह की दर नियत होनी चाहिये।

4. पानी का घनत्व(d) $10^3$ किग्रा/मी$^3$ या 1 ग्राम/सेमी$^3$ होता है। यदि d=1 ग्राम/सेमी$^3$ हो तो पानी का आयतन(V) पानी के द्रव्यमान M के तुल्य होगा। अत: नपने गिलास से मापा आयतन(V सेमी$^3$) ही उसका द्रव्यमान(M ग्राम) होगा।

## 8.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर (Oral questions and answers)

1 .j का मान ज्ञात करने की यह एक उत्तम विधि क्यों है '

उत्तर: (i)इसमें विभिन्न राशियों का मापन स्थिर दशा में करते हैं।

(ii)दो प्रेक्षणों में विकिरण हानि को संतुलित कर देते हैं।

(iii)कैलोरीमापी विलोडक आदि का प्रयोग नहीं करते हैं, अत: उनकी ऊष्मा। ? गर्हित की गणना की आवश्यकता नहीं होती है।

2. यदि धारा प्रवाह बन्द करने से पूर्व जल प्रवाह बन्द कर दें तो क्या होगा?

उत्तर: कुंडली के जल जाने का भय रहता है।

3. एक किलो कैलोरी ऊष्मा को परिभाषित कीजिए।

उत्तर: एक किलो कैलोरी ऊष्मा उस ऊष्मा के तुल्य होती है जो एक किग्रा पानी का ताप 1oC(14.5oC से 15.5oC) बढा दे।

4. एक भौतिक राशि क्यों नहीं है ?

उत्तर: ऊष्मा के यांत्रिक तुल्याक की भौतिक सार्थकता यह है कि यह सिर्फ कार्य व ऊष्मा इकाइयों के अंर्तपरिवर्तन(inter-conversion) के लिए प्रयुक्त होती है। अंत: इसे भौतिक राशि नहीं मानते हैं।

5. तापन तार को सर्पिल या कुन्दलीनुमा क्यों लेते है?

उत्तर: प्रवाहित जल स्वत: विलोडित हो जाता है अत: तापक से उत्पन्न ऊष्मा को अच्छी तरह से एक समान ग्रहण करता है।

# प्रयोग-9

# दिष्ट धारा स्रोत द्वारा विभिन्न लोड प्रतिरोधों को प्रदत्त शक्ति के परिवर्तन का अध्ययन करना तथा अधिकतम शक्ति संचरण प्रमेय का सत्यापन करना

## (To study the variation in power transferred by a D.C. source to different load resistances and verify the theorem of maximum power transfer)

**प्रयोग की रूपरेखा**

9.0 उद्देश्य
9.1 प्रस्तावना
9.2 आवश्यक उपकरण
9.3 सिद्धान्त
9.4 चित्र
9.5 विधि
9.6 प्रेक्षण
9.7 गणना व परिणाम
9.8 पूर्वावधान एवम् त्रुटियों के स्रोत
9.9 सारांश
9.10 शब्दावली
9.11 संदर्भ ग्रन्थ
9.12 बोध प्रश्नों के उत्तर
9.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर

## 9.0 उद्देश्य (Objectives)

इस प्रयोग को करने के बाद आप

- दिष्ट धारा स्रोत द्वारा विभिन्न लोड प्रतिरोधों को अभिगमित शक्ति के व्यवहार को समझ सकेंगे;
- अधिकतम शक्ति संचरण प्रमेय को समझ सकेंगे व उसका सत्यापन कर सकेंगे।

## 9.1 प्रस्तावना (Introduction)

दिष्ट धारा स्रोत जैसे सेल या बैटरी इस प्रकार का धारा स्रोत हैं जिनका प्रतिरोध अल्प होता है जैसे कार की बैटरी का प्रतिरोध लगभग 0.1 ओम होता है। यदि इनके साथ बाहर से अन्य प्रतिरोध,

जिसे लोड प्रतिरोध($R_L$) कहेंगे, जोड़ दिया जाये तो परिपथ में धारा प्रवाहित होती है या यह कहेंगे कि स्रोत से लोड में शक्ति का संचरण होता है। यदि लोड प्रतिरोध का मान परिवर्तित करें तो परिपथ में प्रवाहित धारा व प्रदत्त शक्ति का मान परिवर्तित होता है। यहाँ यह भी ध्यान रखना आवश्यक हैं कि स्रोत का प्रतिरोध अल्प है पर शून्य नहीं है अत: परिपथ में धारा परिवर्तन से स्रोत के अंदर क्षय होने वाली शक्ति के मान में परिवर्तन होता है। इस प्रयोग में अब हम विस्तार से इन तथ्यों को समझने का प्रयास करेंगे।

प्रयोग करने के लिए आवश्यक उपकरणों की सूची अनुच्छेद 9.2 में दी गयी है। अनुच्छेद 9.3 में प्रयोग से सम्बन्धित भौतिक सिद्धान्त का संक्षिप्त विवरण दिया गया है। प्रयोग के लिए आवश्यक परिपथ चित्र तथा प्रयोग करने की बिन्दुवार विधि क्रमश: अनुच्छेद 9.4 व 9.5 में समझाई गयी है। अनुच्छेद 9.6 में प्रेक्षण सारणी दी गयी है। गणना की आवश्यक जानकारी अनुच्छेद 9.7 में दी गयी है। इसी अनुच्छेद में प्रयोग से प्राप्त परिणाम का भी उल्लेख किया गया है। प्रयोग करने के दौरान काम में ली जाने वाली सावधानियों तथा त्रुटियों के स्रोत की जानकारी अनुच्छेद 9.8 में दी गयी है। प्रयोग का सारांश अनुच्छेद 9.9 में दिया गया है। प्रयोग से सम्बन्धित महत्वपूर्ण शब्दावली अनुच्छेद 9.10 तथा संदर्भ मथ अनुच्छेद 9.11 में दिये गये हैं। बोध प्रश्नों के उत्तर अनुच्छेद 9.12 में दिये गये हैं। अन्त में प्रयोग से सम्बन्धित मौखिक प्रश्न तथा उनके उत्तर अनुच्छेद 9.13 में दिये गये हैं।

## 9.2 आवश्यक उपकरण (Apparatus required)

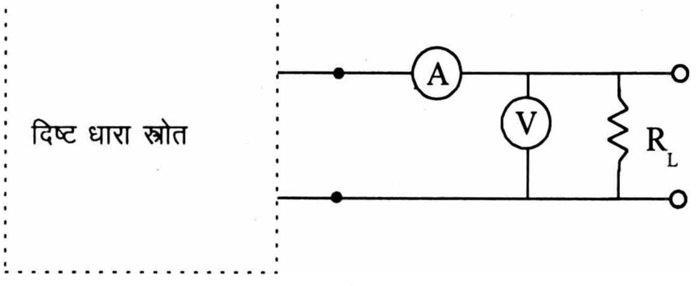
अल्प आंतरिक प्रतिरोध का दिष्ट धारा स्रोत, प्लग कुंजी, वोल्टमीटर(0-5 V), संयोजक तार आदि। आजकल इस प्रयोग से संबंधित बोर्ड बाजार में उपलब्ध होते हैं जिस पर ये सभी अवयव व उपकरण लगे होते हैं।

## 9.3 सिद्धान्त (Theory)

यदि एक धारा स्रोत के निर्गम टर्मिनल से लोड प्रतिरोध($R_L$)परिपथ चित्र 9.1 में बताये अनुसार लगा हो और इस प्रतिरोध से जब धारा प्रवाहित होती है तो स्रोत द्वारा प्रदत्त शक्ति का क्षय होता है। यदि परिपथ में प्रवाहित धारा का मान I तथा लोड के सिरों पर विभवान्तर($V_L$) हो तो स्रोत द्वारा लोड को प्रदत्त शक्ति का मान होगा:

प्रायोगिक भौतिकी 87

$$P = IV_L \qquad ...(9.1)$$



**चित्र 9.1**

यदि दिष्ट धारा स्रोत का आंतरिक प्रतिरोध r हो परिपथ में उपलब्ध कुल प्रतिरोध का मान($R_L$ + r) होगा एवं परिपथ में प्रवाहित धारा का मान होगा-

$$I=\frac{E}{R_L+r} \qquad ...(9.2)$$

यहाँ E धारा स्रोत का विद्युत वाहक बल(electromotive force) कहलाता है। अत: लोड प्रतिरोध $R_L$ के सिरों पर विभवांतर

$$V=IR_L=\frac{E}{R_L+r}.R_L \qquad ...(9.3)$$

लोड को प्रदत्त शक्ति का मान होगा

$$P=I^2R_L=\left(\frac{E}{R_L+r}\right)^2 R_L \qquad ...(9.4)$$

प्रदत्त शक्ति के अधिकतम मान को ज्ञात करने के लिये यह आवश्यक है कि

$$\frac{dP}{dR_L}=0$$

$$E^2\left[\frac{-2R_L}{(R_L+r)^3}+\frac{1}{(R_L+r)^2}\right]=0$$

या $$E^2\left[\frac{-2R_L+R_L+r}{(R_L+r)^3}\right]=0$$

या $$\left[E^2\frac{(r-R)}{(r+R_1)}\right]=0$$

$$\frac{(r-R)}{(r+R_1)}=0$$

या $r-R=0$

या $r-R_1$

या r = $R_L$ ...(9.5)

अत: दिष्ट धारा स्रोत द्वारा लोड को प्रदत्त शक्ति का मान अधिकतम तब होता हैं जब स्रोत के आंतरिक प्रतिरोध का मान लोड प्रतिरोध के बराबर होता है। इसी कथन को अधिकतम संचरण प्रमेय कहते हैं।

**बोध प्रश्न (Self assessment questions)**

1. दिष्ट धारा स्रोत का प्रतिरोध किस कोटि का होता है ?

--------------------------------------------------------------------------------

2. अधिकतम शक्ति संचरण प्रमेय का कथन कीजिये।

--------------------------------------------------------------------------------

--------------------------------------------------------------------------------

3. किसी प्रतिरोध को स्रोत द्वारा प्रदान की गई शक्ति किन बातों पर निर्भर करती है?

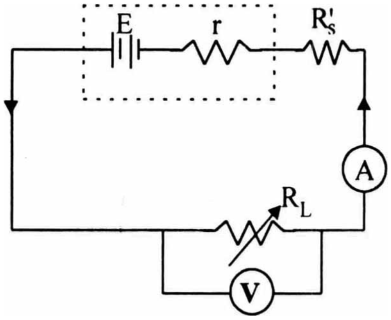
--------------------------------------------------------------------------------

4. विद्युत शक्ति का व्यवसायिक मात्रक क्या होता है?

--------------------------------------------------------------------------------

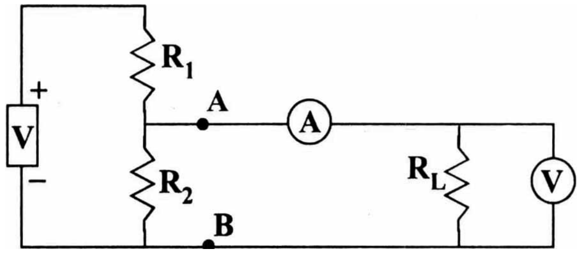
## 9.4 परिपथ चित्र (Circuit diagram)

(a) यदि परिपथ बैटरी का उपयोग करके बनाया है:



चित्र 9.2

(b) यदि परिपथ बोर्ड पर शक्ति स्रोत(power supply) का प्रयोग करके बनाया है



चित्र 9.3

प्रायोगिक भौतिकी 89

यदि शक्ति स्रोत का उपयोग किया गया है तो उसके साथ दो प्रतिरोध $R_1$ व $R_2$ श्रेणी क्रम में जोड़ कर $R_2$ के दोनों सिरों पर अमीटर वोल्टमीटर व लोड प्रतिरोध चित्र 9.3 के अनुसार जोड़िये। इस अवस्था में A व B के बीच स्रोत का प्रतिरोध होगा-

$$R'_S = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

और इसी प्रतिरोध को स्रोत का आंतरिक प्रतिरोध मानेंगे। ऐसा इसलिये करते हैं क्योंकि शक्ति स्रोत का आंतरिक प्रतिरोध नगण्य होता है। यदि $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 10\Omega$, हो तो $R'_s = 5\Omega$ होगा।

**बोध प्रश्न (Self assessment questions)**

5. उपरोक्त चित्र 9.3 में AB से देखे जाने पर $R_1$ व $R_2$ किस प्रकार समंजित हैं?

    -------------------------------------------------------------------------------------

## 9.5 विधि (Method)

(i) यदि चित्र 9.2 में बताये गये परिपथ का उपयोग करना है तो बैटरी के साथ एक अन्य प्रतिरोध $R' = 5\Omega$ को श्रेणी क्रम में जोड़ कर परिपथ बनाइये। ऐसा इसलिये करते हैं क्योंकि बैटरी का आंतरिक प्रतिरोध कम होता है तथा ऐसा करने से स्रोत का आंतरिक प्रतिरोध(r +5) ओम हो गया अत: $R_L$ का मान 1 ओम से 10 ओम तक एक-एक ओम के अंतर से प्रेक्षण लिए जा सकते है। $R' = 0$ लेने पर ऐसा संभव नहीं होगा।

(ii) यदि चित्र 9.3 में बताये गये परिपथ का उपयोग कर रहे हैं तो $R_1$ = 1000 ओम व $R_2$ = 500ओम ले लीजिये। इस स्थिति में $R_S'$ = 333 ओम प्राप्त होगा। बाजार में उपलब्ध बोर्ड में

प्राय: 10 ओम से छोटा प्रतिरोध नहीं लगा होता है। उस पर 100- 10 ओम, 100- 100 ओम, 500 ओम, 1K, 2K, 5K ओम आदि प्रतिरोध होते हैं। अत: उपलब्ध प्रतिरोध अवयवों को उपयोग करके स्रोत बनाया जाता है। यदि बनाये गये धारा स्रोत के आंतरिक प्रतिरोध का सैद्धान्तिक मान 333 ओम हो तो $R_L$ का मान 300 ओम से 400 ओम तक, 10 ओम के क्रम में बदलें व अमीटर और वोल्टमीटर का पाठ्यांक ज्ञात करते जायें।

(iii) $P = V_L \times I$ का मान ज्ञात कीजिये।

(iv) $V_L$ व I के मध्य आलेख खींचिये जो कि चित्र 9.4 में बताये चित्र के अनुसार प्राप्त होगा। उसका ढाल(slope) ज्ञात कीजिये। ढाल का यह मान स्रोत प्रतिरोध($r + R'_S$) के बराबर प्राप्त होगा। उसमें से $R'_S$ का मान घटा कर r का मान प्राप्त होगा।

(v) लोड प्रतिरोध $R_L$ व शक्ति P के मध्य आलेख खींचिये। यह चित्र 9.5 के अनुसार प्राप्त होगा। $R_L$ के जिस मान पर अधिकतम शक्ति प्राप्त हो उसे ज्ञात कीजिये। यह $r + R'_S$ के बराबर होगा। बिन्दु(iv) में बताये अनुसार r का मान ज्ञात कीजिये।

## 9.6 प्रेक्षण (Observations)

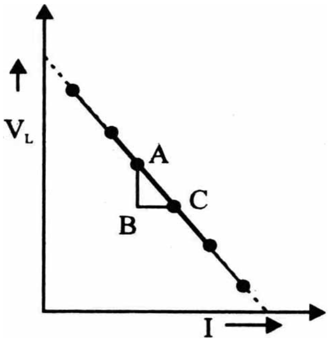
वोल्टमीटर का अल्पतमांक = ---------वोल्ट
अमीटर का अल्पतमांक = ---------मिली एम्पियर
बाह्य प्रतिरोध $R_S'$ = ---------ओम

| क्र. सं. | लोड प्रतिरोध $R_L$ (ओम) | धारा I (मिली एम्पियर) | लोड वोल्टता $V_L$(वोल्ट) | शक्ति प्रदत्त $P = V_L \times I$ (मिली वाट) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |

## 9.7 गणना व परिणाम (Calculation and result)

**गणना-**

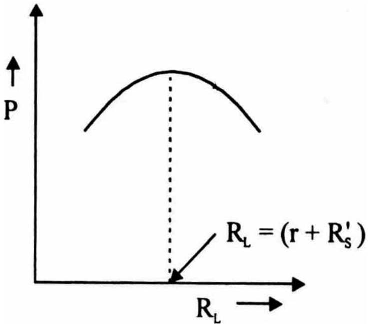
**(i)** लोड वोल्टता व धारा के मध्य आलेख एक सरल रेखा प्राप्त होगा।



चित्र 9.4

सरल रेखा का ढाल AB/BC = r + $R_S'$

(ii) लोड प्रतिरोध व शक्ति के मध्य आलेख चित्र 9.5 के अनुसार प्राप्त होगा।



चित्र 9.5

**परिणाम -**

(i) बनाये गये स्रोत का प्रतिरोध $R_L$ =(r +$R_S$') = —ओम

(ii) शक्ति के अधिकतम मान के लिये $R_L$ का मान = — ओम

(iii) r + $R_S$' = $R_L$ प्राप्त होता है जो कि अधिकतम शक्ति संचरण प्रमेय का सत्यापन करता है।

## 9.8 पूर्वावधान व त्रुटियों के स्रोत (Precautions & sources of errors)

**पूर्वावधान**

(i) विभवांतर व धारा के यथार्थ मापन के लिये यह आवश्यक है कि वोल्टमीटर का अल्पतमांक कम हो।

(ii) शक्ति व लोड प्रतिरोध के मध्य आलेख बिन्दु से बिन्दु मिला कर नहीं खींचे। आलेख निष्कोण(smooth) होना चाहिये।

(iii) वाह्य जोड़े गये प्रतिरोध $R_S$' के मान के आसपास $R_L$ के अधिक पाठयांक लेने चाहिए जिससे आलेख अधिक निष्कोण बने व स्रोत का अधिक शुद्ध आंतरिक प्रतिरोध ज्ञात हो सके।

(iv) यदि बैटरी का प्रयोग हो रहा हो तो चित्र 9.2 या 9.3 में से कोई भी परिपथ बनाया जा सकता है किंतु यदि शक्ति स्रोत(power supply) का प्रयोग करना हो तो परिपथ चित्र 9.3 के अनुसार बनायें।

**त्रुटियों के स्रोत**

(i) शक्ति व लोड प्रतिरोध के मध्य खींचे गये आलेख को बिंदु से बिंदु मिला कर प्राप्त करने से त्रुटि संभव है।

(ii) वोल्टमीटर व अमीटर के अधिक सुग्राही न होने से त्रुटि संभव है।

## 9.9 सारांश (Summary)

जब परिपथ में धारा स्रोत का आंतरिक प्रतिरोध परिपथ में लगे लोड प्रतिरोध के बराबर होता है तो स्रोत से लोड में शक्ति का अधिकतम संचरण होता है।

## 9.10 शब्दावली (Glossary)

| | |
|---|---|
| आंतरिक प्रतिरोध | Internal resistance |
| ढाल | Slope |
| निष्कोण | Smooth |
| विभवांतर | Potential difference |
| विद्युत वाहक बल | Electromotive force |
| शक्ति स्रोत | Power supply |

## 9.11 संदर्भ ग्रंथ (Reference books)

| | | |
|---|---|---|
| B. Saraf , S. Lokanathan ,<br>K.B. Garg , D.T. Chandwani<br>Y.S. sisodia , R.C.Tailor | Physics through learning -1<br>EMF constant and varying | University Leadership Project in Physics<br>University of rajasthan Jaipur |
| एम. पी. सक्सेना, पी. आर. सिंह<br>एस. एस. रावत, एन. एस. सक्सेना | बी. एस. सी पार्ट 1<br>प्रायोगिक भौतिकी | कॉलेज बुक हाउस,<br>जयपुर |

## 9.12 बोध प्रश्नों के उत्तर (Answers to self assessment questions)

1. अतिन्यून, लगभग 0.1 - 0.5 ओम।

2. दिष्ट धारा स्रोत से किसी लोड प्रतिरोध को संचरित शक्ति का मान उस अवस्था में अधिकतम होता है जब लोड प्रतिरोध का मान स्रोत के आंतरिक प्रतिरोध के बराबर हो।

a. प्रतिरोध के मान पर(ii) प्रवाहित धारा के मान पर।

3. किलो वाट घंटा(KWH)।

4. समांतर क्रम में।

## 9.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर (Oral questions and answers)

1. शक्ति को परिभाषित कीजिये। 1 KWH शक्ति कितने जूल कार्य के बराबर होती है?

उत्तर: कार्य करने की दर को शक्ति कहते है।

1 KWH = 36 × $10^4$ जूल

2. लोड का सुमेलन किस प्रक्रिया को कहते हैं 7

उत्तर: लोड प्रतिरोध के मान में परिवर्तन करके अधिकतम शक्ति संचरण की स्थिति को प्राप्त करने की प्रक्रिया को लोड का सुमेलन(matching) कहते हैं।

3. 1000 वाट का हीटर कितनी ऊर्जा प्रति सेकण्ड व्यय करता है '

उत्तर: 1000 जूल प्रति सेकण्ड।

4. दो वोल्ट के छः सेलों से बना 12 वोल्ट का स्रोत एक कार का इंजन नहीं चला पाता किन्तु 12 वोल्ट की बैटरी इंजन को तुंरत चालू कर देती है। ऐसा क्यों?

उत्तर: श्रेणी क्रम में जुड़े होने के कारण सेलों का आंतरिक प्रतिरोध लगभग 20-30 ओम हो जाता है इस कारण परिपथ में धारा व शक्ति का मान कम हो जाता है। 12 वोल्ट की बैटरी का आंतरिक प्रतिरोध लगभग 0.5 ओम ही होता है अत: धारा व शक्ति का मान अपेक्षाकृत काफी अधिक होता है।

# प्रयोग 10

# कैरीफोस्टर सेतु की सहायता से दो अल्प प्रतिरोधों के बीच अंतर ज्ञात करना

# (To determine the difference between two small resistances using Carey Foster bridge)

**प्रयोग की रूपरेखा**

10.0 उद्देश्य
10.1 प्रस्तावना
10.2 आवश्यक उपकरण
10.3 सिद्धान्त
10.4 चित्र
10.5 विधि
10.6 प्रेक्षण
10.7 गणना व परिणाम
10.8 पूर्वावधान एवम् त्रुटियों के स्रोत
10.9 सारांश
10.10 शब्दावली
10.11 संदर्भ ग्रन्थ
10.12 बोध प्रश्नों के उत्तर
10.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर

## 10.0 उद्देश्य (Objectives)

इस प्रयोग को करने के बाद आप

- सेतु के तार की इकाई लंबाई का प्रतिरोध ज्ञात कर सकेंगे,
- दो अज्ञात प्रतिरोधों के मध्य अंतर को ज्ञात कर सकेंगे।

## 10.1 प्रस्तावना (Introduction)

दो प्रतिरोधों का तुलनात्मक अध्ययन करने हेतु अथवा उनमें से यदि एक प्रतिरोध ज्ञात हो तो दूसरे का मान ज्ञात करने के लिये कुछ सेतु परिपथों का उपयोग किया जाता है जैसे व्हीटस्टोन सेतु मीटर सेतु आदि। यहाँ हम एक और सेतु का वर्णन व उपयोग करेंगे व उसकी सहायता से दो अल्प प्रतिरोधों का अंतर ज्ञात करेंगे। इस सेतु को कैरीफोस्टर सेतु कहते हैं। यह व्हीटस्टोन सेतु के सिद्धान्त पर ही आधारित होता है व मीटर सेतु का परिष्कृत(refined) रूप है। मीटर सेतु के तार को जौकी की सहायता से दो भागों में विभाजित करते हैं और प्रत्येक भाग के साथ कुछ अतिरिक्त प्रतिरोध जोड़

देते है। इस संरचना को कैरीफोस्टर सेतु कहते हैं। ऐसा करने से बिना तार की लंबाई को बढ़ाये हुए उसकी प्रभावी लंबाई(effective लेंथ) बढ जाती है। यहाँ यह बताना आवश्यक है कि तार का प्रतिरोध उसकी लंबाई के समानुपाती होता है और उपकरण की सुग्रहिता तार की लंबाई के साथ बढ़ती जाती है। यही कारण है कि कैरीफोस्टर सेतु मीटर सेतु -की तुलना में अधिक सुग्राही होता है। साथ ही मापन में अन्त्य प्रतिरोधों(end resistances) के कारण त्रुटि नहीं होती है।

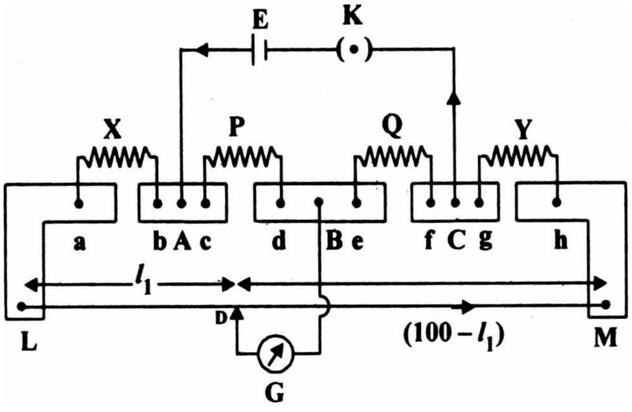
प्रयोग करने के लिए आवश्यक उपकरणों की सूची अनुच्छेद 10.2 में दी गयी है। अनुच्छेद 10.3 में प्रयोग से सम्बन्धित भौतिक सिद्धान्त का संक्षिप्त विवरण दिया गया है। प्रयोग के लिए आवश्यक परिपथ चित्र तथा प्रयोग करने की बिन्दुवार विधि क्रमश: अनुच्छेद 10.4 व 10.5 में समझाई गयी है। अनुच्छेद 10.6 में प्रेक्षण सारणी दी गयी है। गणना की आवश्यक जानकारी अनुच्छेद 10.7 में दी गयी है। इसी अनुच्छेद में प्रयोग से प्राप्त परिणाम का भी उल्लेख किया गया है। प्रयोग करने के दौरान काम में ली :आने वाली सावधानियों तथा त्रुटियों के स्रोत की जानकारी अनुच्छेद 10.8 में दी गयी है। प्रयोग का सारांश अनुच्छेद 10.9 में दिया गया है। प्रयोग से सम्बन्धित महत्वपूर्ण शब्दावली अनुच्छेद 10.10 तथा संदर्भ गन्ध अनुच्छेद 10.11 में दिये गये हैं। बोध प्रश्नों के उत्तर अनुच्छेद 10.12 में दिये गये हैं। अन्त में प्रयोग से सम्बन्धित मौखिक प्रश्न तथा उनके उत्तर अनुच्छेद 10.13 में दिये गये हैं।

## 10.2 आवश्यक उपकरण (Apparatus required)

कैरीफोस्टर सेतु ,गैल्वनोमीटर, लक्लांशी सेल, धारा नियंत्रक, दशमलव प्रतिरोध बीकन, तांबे की पट्टी(strip), प्लग कुंजी, शंट तार, लगभग समान प्रतिरोध के दो प्रतिरोध तार आदि।

### उपकरण का संक्षिप्त विवरण

कैरीफोस्टर सेतु में ग्रेका या मैगनिन का एक समान अनुप्रस्थ काट व एक मीटर लंबाई का तार लकड़ी पर कसा होता है। इन तारो के पदार्थ की विशेषता यह होती हे कि इनके ताप प्रतिरोधकता गुणांक का मान कम तथा विशिष्ट प्रतिरोध का मान अधिक होता है। बोर्ड के सिरों पर तांबे या पीतल की पट्टिकायें लगी होती हैं जिनके मध्य चित्र 10.1 में बताये अनुसार इस तार को जोड़ा जाता है। साथ ही एक मीटर लंबाई का पैमाना इस तार के साथ बोर्ड पर लगाया जाता है।



**चित्र 10.1**

तांबे-या पीतल की तीन अन्य पट्टिकायें भी A, B व C चित्र में बताये अनुसार बोर्ड पर इस प्रकार लगी होती हैं कि सभी पट्टिकाओं की उपस्थिति में बोर्ड पर चार रिक्त स्थान(gaps) होते हैं जिन्हें चित्र में ab,cd,ef, तथा gh से प्रदर्शित किया गया है। इन सभी बिंदुओं A,B,C,a,b,c,d,e,f,g व h पर संयोजक पेंच लगे होते है। बिंदु c व d के मध्य प्रतिरोध P तथा बिंदु e व f के मध्य प्रतिरोध Q लगाते हैं जो प्राय: एक एक ओम की कुंडलियों होती हैं। बिंदु a व b तथा g व h के मध्य ज्ञात व अज्ञात प्रतिरोध X और Y लगाये जाते हैं। बिंदु A व C के मध्य एक लेक्लांशी(E) सेल व प्लगकुंजी लगाते हैं व बिंदु B से गैल्वनोमीटर के एक सिरे को जोड़ते है जिसका दूसरा सिरा तार के ऊपर स्थित जो कि D से जोड़ा जाता है। सेतु के संतुलन की स्थिति में गैल्वनोमीटर में शून्य विक्षेप प्राप्त होता है।

**बोध प्रश्न(Self assessment question)**

1. परिपथ संतुलित कब होगा?

-----------------------------------------------------------------------------------

-----------------------------------------------------------------------------------

-----------------------------------------------------------------------------------

## 10.3 सिद्धांत (Theory)

कैरोफोस्टर सेतु का वही सिद्धान्त होता है जो कि व्हीटस्टोन सेतु का होता है। इस को समझने के लिये माना कि सेतु तार के प्रति एकांक लम्बाई का प्रतिरोध $\rho$ है। संतुलन की अवस्था में माना बिंदु L से बिंदु D की दूरी $l_1$, है अत:DM =(100 - $l_1$) होगी। अतः DL लम्बाई के तार का प्रतिरोध $\rho l_1$ व DM लम्बाई के तार का प्रतिरोध(100 - $l_1$)$\rho$ होगा। उपकरणों की संभावित त्रुटि के कारण यह मान लिया जात DL लंबाई के तार का प्रतिरोध वास्तव में $\rho(l_1+\alpha)$ है और DM लम्बाई के तार का प्रतिरोध

$\rho(100 - l_1 + \beta)$ है।यहां $\alpha$ व $\beta$ को प्रतिरोधों का अनंत्य संशोधन(end correction) कहा जाता है। सेतु के संतुलन की अवस्था में

$$\frac{P}{Q}=\frac{X+\rho(l_1+\alpha)}{Y+[100-l_1+\beta]\rho} \qquad ...(10.1)$$

इसके बाद प्रतिरोधों X व Y को परस्पर बदल कर पुन: संतुलन की अवस्था प्राप्त की जाती है। इस स्थिति में

$$\frac{P}{Q}=\frac{Y+\rho(l_2+\alpha)}{X+[100-l_2+\beta]\rho} \qquad ...(10.2)$$

अत: समी.(10.1) व(10.2) से

$$\frac{X+\rho(l_1+\alpha)}{Y+[(100-l_1+\beta]\rho}=\frac{Y+\rho(l_2+\alpha)}{X+[100-l_2+\beta]\rho}$$

$$\text{या}\quad \frac{X+\rho(l_1+\alpha)}{Y+[100-l_1+\beta]\rho}+1=\frac{Y+\rho(l_2+\alpha)}{X+[100-l_2+\beta]\rho}+1$$

$$\text{या}\quad \frac{X+Y+\rho l_1+(100-l_1)\rho+(\alpha+\beta)\rho}{Y+[(100-l_{1)}+\beta]\rho}$$

$$\text{या}\quad =X\ \frac{+Y+\rho l_2+(100-l_2)\rho+(\alpha+\beta)\rho}{Y+[(100-l_{2)}+\beta]\rho}$$

$$Y+[(100-l_1)+\beta]\rho=X+[(100-l_2)+\beta]\rho$$

$$X-Y=\rho(l_1-l_2) \qquad ..(10.3)$$

प्रतिरोधों X व Y के अंतर को सेतु के संतुलन की अवस्था में $l_1$ व $l_2$ के मानों को शुद्धता पूर्वक ज्ञात करके प्राप्त किया जा सकता है।

**बोध प्रश्न (Self assessment question)**

2. α व β कीं इकाई क्या होगी?

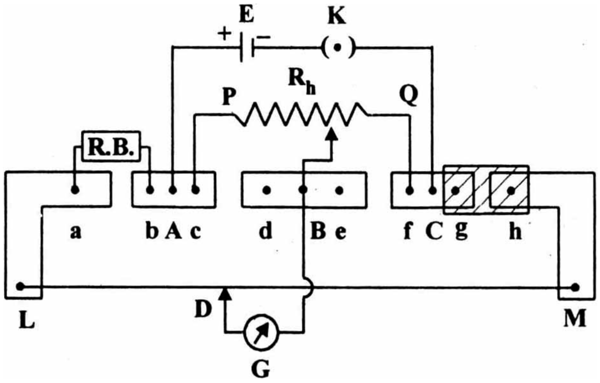
---------------------------------------------------------------------------------

---------------------------------------------------------------------------------

---------------------------------------------------------------------------------

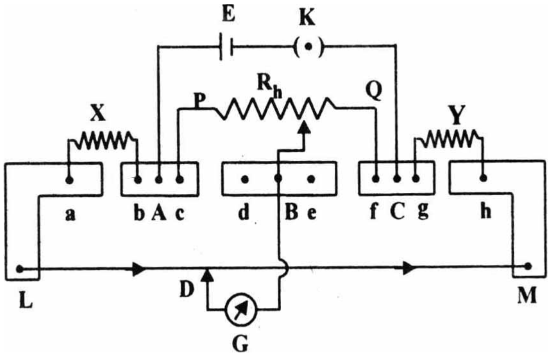
## 10.4 परिपथ चित्र (Circuit diagram)

**(a) सेतु के तार की एकांक लम्बाई का प्रतिरोध ज्ञात करने के लिये परिपथ -**



**चित्र 10.2**

**(b) दो अल्प प्रतिरोधों के मध्य अंतर ज्ञान करने के लिये परिपथ**



चित्र 10.3

## 10.5 विधि (Method)

**(a) ρ का मान ज्ञात करना :**

(i) चित्र 10.2 में बताये अनुसार बिंदु a व b के मध्य डेसीओम प्रतिरोध बॉक्स व बिंदु g व h के मध्य मोटी तांबे की पट्टी को जोड़ते है।

(ii) कम प्रतिरोध के एक धारा नियंत्रक Rh को स्थिर टर्मिनल पट्टी A व C के मध्य जोड़ते है और उसके सरकने वाले भाग को मध्य पट्टिका B से जोड़ देते हैं।

(iii) पट्टिकाओं A व C के मध्य लेक्लांशी सेल व प्लग कुंजी जोड़ी जाती हैं।

(iv) पट्टिका छ पर स्थित बिंदु से गेल्वनोमीटर व जौकी को चित्र व 10.2 में बताये अनुसार जोड़ देते हैं। धारा नियंत्रक के सरकने वाले टर्मिनल को सरका कर धारा नियंत्रक के लगभग बीच में कर दीजिये।

(v) डेसी ओम बॉक्स से कुछ प्रतिरोध माना 0.1 ओम निकाल कर प्लग कुंजी को बंद कर देते हैं व जौकी को सेतु तार पर सरकाकर गैल्वनोमीटर से सेतु तार पर शून्य विक्षेप की स्थिति प्राप्त कीजिये।

(vi) लकड़ी के बोर्ड पर लगे पैमाने से LD = $l_1$ दूरी ज्ञात कीजिये।

(vii) अब डेसी ओम बॉक्स व तांबे की पट्टी को परस्पर बदल दीजिये। जौकी को सेतु तार पर सरका कर पुन: गैल्वनोमीटर से तार पर शून्य विक्षेप की स्थिति प्राप्त कीजिये। इस स्थिति में पुन: LD = $l_2$ दूरी को पैमाने की सहायता से ज्ञात कीजिये।

(viii) डेसी ओम बक्स व तांबे की पट्टिका की स्थिति को बार बार पद(i) व(vii) की स्थिति में रखकर R का मान बार बार ज्ञात कीजिये।प्रत्येक सेट से ρ की गणना कीजिये।

(ix) पद(i) की स्थिति में X = R व Y = 0 होगा अत: समी.करण(10.3) से

$$\rho = \frac{R}{l_2 - l_1}$$

ज्ञात कर लीजिये। $l_1$ व $l_2$, के हर सेट से का मान ज्ञात करके उसका माध्य प्राप्त कीजिये।

**(b) दो अल्प प्रतिरोधों के मध्य अंतर ज्ञात करना** :

(i) ऊपर बताई गई विधि में अब डेसी ओम बॉक्स को हटा कर प्रतिरोध X तथा तांबे की पट्टिका को हटा कर प्रतिरोध Y लगा दीजिये।

(ii) जौकी को सेतु तार पर सरका कर तार पर शून्य विक्षेप की स्थिति को गैल्वनोमीटर की सहायता से प्राप्त कीजिये। इस स्थिति में LD = $l'_1$ होगा।

(iii) प्रतिरोधों X व Y की स्थितियों को आपस में बदल कर जौकी को सेतु तार पर सरकाकर कर तार पर शून्य विक्षेप की स्थिति को पुन: प्राप्त कीजिये। इस स्थिति में LD = $l_2'$ का मान ज्ञात कीजिये।

(iv) धारा नियंत्राक के सरकने वाले टर्मिनल को थोड़ा सरकाकर प्रतिरोधों X व Y को व्यतिहारित(interchange) करके बार बार $l_1$ व $l_2$ के मान ज्ञात कीजिये।

(v) प्रत्येक सेट के लिये $l_1$, $l_2$ व ρ मानों को प्रतिस्थापित करके(X- Y) का मान समी.(10.3) की सहायता से ज्ञात कीजिये।

(vi) इन अंतरों( X- Y) का माध्य मान ज्ञात कीजिये।

## 10.6 प्रेक्षण (Observations)

**(a) ρ का मान ज्ञात करना**

| क्र सं. | ज्ञात प्रतिरोध R(ओम) | L बिन्दु से संतुलन बिन्दु D की दूरी | | ($l_1$ - $l_2$) सेमी | $\rho=\frac{R}{(l_1-l_2)}$ ओम/सेमी | माध्यρ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | जब प्रतिरोध R a व b के मध्य हैं LD = $l_1$ सेमी | जब प्रतिरोध R बिंदु g व h के मध्य है LD = $l_2$ सेमी | | | |
| 1. | 0.1 | | | | | |
| 2. | 0.2 | | | | | |
| 3. | 0.3 | | | | | |

**(b) (x-y) का मान ज्ञात करना** :

| क्र सं. | L बिन्दु से संतुलन बिन्दु D की दूरी | | X -Y = ρ($l_2$ - $l_1$) ओम | माध्य(X - Y) ओम |
|---|---|---|---|---|
| | जब प्रतिरोध R a व b के मध्य हैं LD = $l_1$ सेमी | जब प्रतिरोध R बिंदु g व h के मध्य है LD = $l_2$ सेमी | | |
| 1. | | | | |
| 2. | | | | |
| 3. | | | | |

**बोध प्रश्न(Self assessment questions)**

3. जौकी को दबाते हुए तार पर क्यों नही सरकाना चाहिये?

-----------------------------------------------------------------------

4. ρ की इकाई क्या होती है?

---------------------------------------------------------------------------

## 10.7 गणना व परिणाम (Calculation & result)

**गणना**

(a) सेतु तार की इकाई लंबाई का प्रतिरोध, .............

$$\rho = \frac{R}{(l_2 - l_1)}$$

(b) दिये गये प्रतिरोधों X व Y के मध्य अंतर, .........

$$X - Y = \rho(l_2' - l_1')$$

**परिणाम**

(a) सेतु तार की इकाई लंबाई का प्रतिरोध, ρ = .........ओम/सेमी

(b) अल्प प्रतिरोधों X व Y के मध्य अंतर,X - Y ...... ओम

## 10.8 पूर्वावधान व त्रुटियो के स्रोत(Precautions & sources of errors)

**पूर्वावधान**

(i) सेतु को अधिक सुग्राही बनाने के लिये प्रयुक्त प्रतिरोधों P, Q, X तथा Y लगभग समान मान के होने चाहिये।

(ii) परिपथ जोड़ने के लिये प्रयुक्त तार मोटे होने चाहिये जिससे ρ उनका प्रतिरोध यथा संभाव न्यून हो सके।

(iii) सेतु का तार एक समान मोटाई का होना चाहिये जिससे ρ का मान तार की संपूर्ण लंबाई के लिये अचर रहे।

(iv) धारा नियंत्रक का प्रतिरोध कम होना चाहिये तथा उसका मान सेतु तार की संपूर्ण लंबाई के प्रतिरोध की कोटि का होना चाहिये।

(v) जौकी को सेतु तार पर दबा कर नहीं सरकाना चाहिये। जौकी को सेतु तार पर दबा कर सकाने से तार का अनुप्रस्थ काट एक समान न रह कर बदल जाता है। जौकी को पहले सरका कर फिर उस पर लगे बटन को दबा कर गैल्वनोमीटर जाँचना चाहिये।

(vi) जहाँ तक संभव हो, संतुलन बिंदु सेतु तार के मध्य बिंदु के आसपास होना चाहिये। इससे सेतु को सुग्रहिता बढ़ जाती है।

(vii) ρ का मान लात करते समय यह ध्यान रखना चाहिये कि R व(X - Y) का मान सेतु तार की लंबाई के प्रतिरोध से अधिक नहीं होना चाहिये अन्यथा सतुलन बिंदु सेतु तार की संपूर्ण लंबाई LE के मध्य प्राप्त नहीं होगा।

(viii) परिपथ में अनावश्यक धारा प्रवाहित न करें। ऐसा करने पर तार अनावश्यक रूप से गर्म हो सकता है जिससे उसके ρ का मान परिवर्तित हो सकता है।

(ix) समस्त लबाइयां सेतु तार के एक ही सिरे से नापनी चाहिये। यहाँ हमने सभी लबाइया सिरे L से नापी हैं।

**त्रुटियों के स्रोत**

(i) उपकरण व तारों के मध्य संपर्क का दृढ़ न होना।

(ii) सेतु के तार का एक समान मोटाई का न होना।

(iii) सेतु को चारों भुजाओं में प्रतिरोध समान कोटि का न होना।

(iv) अधिक प्रतिरोध के धारा नियंत्रक का प्रयोग करना।

## 10.9 सारांश (Summary)

कैरीफोस्टर सेतु एक ऐसा उपकरण है जिसका उपयोग करके अल्प प्रतिरोधों के बीच का अंतर अधिक यथार्थता से प्राप्त किया जा सकता है।

## 10.10 शब्दावली (Glossary)

| | |
|---|---|
| अंत्यसंशोधन | End correction |
| अनुपाती भुजायें | Ratio arms |
| अनुप्रस्थ काट | Cross section |
| परिष्कृत | Improved |
| व्यतिहारित | Interchange |
| सुग्राहिता | Precision |

## 10.11 संदर्भ गन्ध (Reference books)

| | | |
|---|---|---|
| भाटवडेकर, दशोरा चौधरी | नवीन प्रथम वर्ष प्रायोगिक भौतिकी | रमेश बुक डिपो ,जयपुर |
| एमं.पी.सक्सेना पी.आरसिह | प्रायोगिक भैतिकी | कॉलेज बुक हाऊस जयपुर |
| एसएस. रावत, एनएस. सक्सेना | | |

## 10.12 बोध प्रश्नों के उत्तर(Answers to self assessment questions)

1. सेतु तार पर जौकी को सरकाने पर जब गैल्वनोमीटर में शून्य विक्षेप प्राप्त होगा तब सेतु संतुलित होगा।
2. $\alpha$ व $\beta$ की इकाई सेमी होती है।
3. ऐसा करने से तार का अनुप्रस्थ काट बदल जायेगा।
4. $\rho$ की इकाई ओम/मी या ओम/सेमी होती है।

## 10.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर (Oral questions & answers)

1. कैरीफॉस्टर सेतु व मीटर सेतु में क्या अंतर होता है?

उत्तरः कैरीफॉस्टर सेतु मीटर सेतु की तुलना में अधिक सुग्राही होता है क्यों इसके तार की लंबाई बढ़ाये बिना ही तार की प्रभावी लंबाई बढ़ जाती है। एक अन्य अंतर यह है कि कैरीफॉस्टर सेतु में अंत्य संशोधन की आवश्यकता नहीं होती है।

2. कैरीफॉस्टर सेतु क्या है और यह किस सिद्धान्त पर आधारित है?

उत्तरः कैरीफॉस्टर सेतु मीटर सेतु का ही परिष्कृत रूप है तथा यह व्हीटस्टोन सेतु के सिद्धान्त पर आधारित है।

3. परिपथ में प्रयुक्त धारा नियत्रंक का चयन किस प्रकार करना चाहिये?

उत्तरः परिपथ में निम्न प्रतिरोध का धारा नियंत्रक प्रयुक्त करना चाहिये और यह प्रतिरोध तार की पूर्ण लंबाई के प्रतिरोध की कोटि का होना चाहिये।

4. सेतु की यथार्थता व सुग्रहिता किस प्रकार बढ़ाई जा सकती हे?

उत्तरः सेतु की सुग्रहिता व यथार्थता बढ़ाने के लिये जहाँ तक संभव हो संतुलन बिंदु सेतु के तार के मध्य बिंदु के आसपास होना चाहिये।

5. सेतु के लिये किस प्रकार का तार अधिक उपयोगी होता है?

उत्तरः सेतु के तार ऐसी मिश्र धातु(alloy) का बना होना चाहिये जिसका विशिष्ट प्रतिरोध(specific resistance) अधिक व ताप प्रतिरोधकता गुणांक कम हो। इसी कारण प्रायः यूरेका या मैगनिन के तारों का प्रयोग किया जाता है।

6. यदि तार एक समान मोटाई का न होता क्या होगा?

उत्तरः ऐसी स्थिति में $\rho$ का मान तार की पूर्ण लंबाई पर एक समान नहीं रहेगा।

7. $\rho$ का मान ज्ञात करते समय R का मान और(X - Y) का मान यदि पूरे तार के प्रतिरोध से अधिक हो तो क्या होगा?

उत्तरः संतुलन बिंदु तार पर प्राप्त नहीं होगा।

# प्रयोग- 11

# कैरीफोस्टर सेतु से किसी तार के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध ज्ञात करना

# (To determine specific resistance of material of wire using Carey Foster bridge)

**प्रयोग की रूपरेखा**

11.0 उद्देश्य
11.1 प्रस्तावना
11.2 आवश्यक उपकरण
11.3 सिद्धान्त
11.4 चित्र
11.5 विधि
11.6 प्रेक्षण
11.7 गणना व परिणाम
11.8 पूर्वावधान एवम् त्रुटियों के स्रोत
11.9 सारांश
11.10 शब्दावली
11.11 संदर्भ ग्रन्थ
11.12 बोध प्रश्नों के उत्तर
11.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर

## 11.0 उद्देश्य (Objectives)

इस प्रयोग को करने के बाद आप

- किसी दिए गए तार का प्रतिरोध ज्ञात कर सकेंगे;
- दिए गये तार के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध ज्ञात कर सकेंगे;
- तार के प्रतिरोध व पदार्थ के विशिष्ट प्रतिरोध पर विभिन्न कारकों के प्रभाव को समझ सकेंगे।

## 11.1 प्रस्तावना (Introduction)

पिछले प्रयोग में आप कैरीफोस्टर सेतु के बारे में यथेष्ट जानकारी प्राप्त कर चुके हैं। इस अध्याय में हम उसका उपयोग किसी तार का प्रतिरोध व विशिष्ट प्रतिरोध ज्ञात करने के लिए करेंगे। एकांक लम्बाई व एकांक अनुप्रस्थ काट के तार का प्रतिरोध उस तार के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध कहलाता है। उदाहरण के लिये $0^oC$ पर कान्सटेन्टन के तार के लिये विशिष्ट प्रतिरोध $4.8 \times 10^{-6}$ ओम मीटर

होता है अर्थात् कॉन्सटेन्टन के एक मीटर लंबाई तथा एक वर्ग मीटर अनुप्रस्थ काट($\pi r^2$) के तार का प्रतिरोध $4.8 \times 10^{-5}$ ओम मीटर होता है और यही उसका विशिष्ट प्रतिरोध कहलाता है। तार का प्रतिरोध तार की लंबाई, अनुप्रस्थ काट, तार के पदार्थ की प्रकृति व ताप पर निर्भर करता है।

मोटे तारों का' प्रतिरोध कम होता है। इसी प्रकार लंबाई के बढ़ने से तार का प्रतिरोध बढ़ता है। ताप बढ़ने से धातु के मुक्त इलेक्ट्रॉनों में आपसी टक्करों के बढ़ जाने से उनके प्रवाह में अवरोध बढ़ जाता है अत: ताप बढ़ने से चालक तारों का प्रतिरोध बढ़ जाता है।

प्रयोग करने के लिए आवश्यक उपकरणों की सूची अनुच्छेद 11.2 में दी गयी है। अनुच्छेद 11.3 में प्रयोग से सम्बन्धित भौतिक सिद्धान्त का संक्षिप्त विवरण दिया गया है। प्रयोग के लिए आवश्यक परिपथ चित्र तथा प्रयोग करने की बिन्दुवार विधि क्रमश: अनुच्छेद 11.4 व 11.5 में समझाई गयी है। अनुच्छेद 11.6में प्रेक्षण सारणी दी गयी है। गणना की आवश्यक जानकारी अनुच्छेद 11.7 में दी गयी है। इसी अनुच्छेद में प्रयोग से प्राप्त परिणाम का भी उल्लेख किया गया है। प्रयोग करने के दौरान काम में ली जाने वाली सावधानियों तथा त्रुटियों के स्रोत की जानकारी अनुच्छेद 11.8 में दी गयी है। प्रयोग का सारांश अनुच्छेद 11.9 में दिया गया है। प्रयोग से सम्बन्धित महत्वपूर्ण शब्दावली अनुच्छेद 11.10 तथा संदर्भ ग्रन्थ अनुच्छेद 11.11 में दिये गये हैं। बोध प्रश्नों के उत्तर अनुच्छेद 11.12 में दिये गये हैं। अन्त में प्रयोग से सम्बन्धित मौखिक प्रश्न तथा उनके उत्तर अनुच्छेद 11.13 में दिये गये हैं।

**बोध प्रश्न(Self assessment questions)**

1. तार के पदार्थ का प्रतिरोध किन कारकों पर निर्भर करता है ?

   ---------------------------------------------------------------------------

2. तार के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध किन कारकों पर निर्भर करता है ?

   ---------------------------------------------------------------------------

## 11.2 आवश्यक उपकरण (Apparatus required)

कैरीफोस्टर सेतु गैलवनोमीटर लेक्लांशी सेल, धारा नियंत्रक, दशमलव प्रतिरोध बक्स. प्लग कुंजी, प्रतिरोध तार जिसके पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध ज्ञात करना है, परिपथ संयोजन तार।

कैरीफोस्टर सेतु की बनावट व कार्य प्रणाली हम पिछले प्रयोग में समझ चुके हैं।

## 11.3 सिद्धान्त (Theory)

तार का प्रतिरोध (R) मुख्य रूप से चार कारकों पर निर्भर करता है:

(i). यह तार की लंबाई के अनुक्रमानुपाती होता है।

$$R \propto l \qquad \text{...(11.1)}$$

(ii). यह तार के अनुप्रस्थ काट के व्युत्क्रमनुपाती होता है।

$$R \propto \frac{1}{A} \propto \frac{1}{\pi r^2} \qquad \text{...(11.2)}$$

(iii). यहाँ r तार की त्रिज्या है।

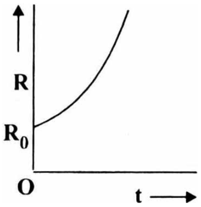
(iv). यह तार के पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है।

ध्यान रहे यहाँ t को तापक्रम के लिये काम मे लाया गया है।$R_0$ ,कक्ष के ताप पर व Rt, किसी अन्य ताप पर प्रतिरोध के मान है।

(v). यह ताप पर निर्भर करता है। यदि ताप में अधिक परिवर्तन न हो तो

$$R_t = R_o(1 + \alpha t) \qquad ...(11.3)$$

यहाँ α को ताप प्रतिरोधकता गुणांक कहते हैं।



समी.(11.1) व (11.2) से

$$R \propto \frac{1}{A} = \frac{Kl}{A}$$

यहाँ K एक नियतांक है जिसे विशिष्ट प्रतिरोध कहते हैं। इसी में प्रतिरोध की तार के पदार्थ व ताप पर निर्भरता निहित होती हैं।

अतः $R = \frac{Kl}{\pi r^2}$ ...(11.5)

या $K = \frac{\pi r^2 R}{l}$ ओम मीटर

यदि A = 1 व l = 1 हो तो K = R

अतः इकाई लंबाई व इकाई अनुप्रस्थ काट के तार का प्रतिरोध ही तार का विर्शिष्ट प्रतिरोध कहलाता है। ध्यान रखना चाहिए A = 1 व l = 1 लेने के कारण विशिष्ट प्रतिरोध की तार की लम्बाई व अनुप्रस्थ काट पर निर्भरता समाप्त हो गई है और विशिष्ट प्रतिरोध केबल तार के पदार्थ व ताप पर ही निर्भर करता है।

**बोध प्रश्न (Self assessment question)**

3. यदि तार की लम्बाई दुगुनी कर दे तो तार के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध कितना हो जायेगा?

-------------------------------------------------------------------------------

-------------------------------------------------------------------------------

-------------------------------------------------------------------------------

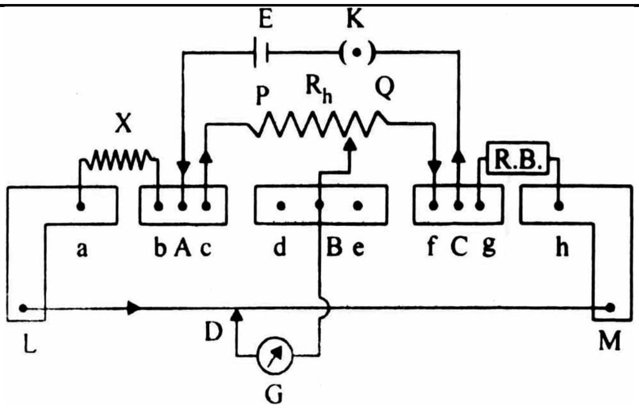
4. यदि तार की मोटाई आधी कर दी जाये व तार की लम्बाई तीन गुना बढ़ा दी जाये तो तार के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरने कितना बढ़/ कम हो जायेगा?

-------------------------------------------------------------------------------

-------------------------------------------------------------------------------

-------------------------------------------------------------------------------

## 11.4 परिपथ चित्र (Circuit diagram)



**चित्र 11.1**

## 11.5 विधि (method)

(i). जिस तार के पदार्थ का आपको विशिष्ट प्रतिरोध ज्ञात करना है उसका प्रतिरोध पहले आपको ज्ञात करना होगा। इसके लिए पिछले प्रयोग के समान ही परिपथ जोड़े। चित्र 10.3 में बताये गये परिपथ में केवल X के स्थान पर उस तार को जोड़ दें जिसका प्रतिरोध निकालना है व Y के स्थान पर डेसी ओम प्रतिरोध बॉक्स(R.B.) लगा दें।

(ii). डेसी ओम प्रतिरोध बॉक्स से इतना प्रतिरोध निकालें कि जाँकी को तार पर दबाने पर शून्य विक्षेप बिन्दु तार की सम्पूर्ण लंबाई के मध्य बिन्दु के आस-पास हो।

(iii). जॉकी की इस स्थिति($l_1$) को बिंदु L से ज्ञात कर लें।

(iv). प्रतिरोध बॉक्स व तार X की स्थिति को परस्पर बदल दें और पुन: जाँकी की सहायता से सेतु के तार पर शून्य विक्षेप की स्थिति ज्ञात कीजिये। बिन्दु L से पुन: उसकी दूरी ज्ञात कीजिये। यह $l_2$, मान लीजिये।

(v). अज्ञात प्रतिरोध के तार व डेसी ओम प्रतिरोध बॉक्स को वापस स्थिति(i) में रखकर डेसी ओम प्रतिरोध बॉक्स से 0.1 ओम प्रतिरोध और निकाल कर क्रम(ii - iv) को दोहराते हुए पुन: $l_1$ व $l_2$ को ज्ञात कीजिए।

(vi). इसी प्रकार तीन चार सैट लीजिये।

(vii). प्रत्येक सैट से अज्ञात प्रतिरोध X का मान ज्ञात कीजिये व उसका माध्यमान. ज्ञात कीजिए।

(viii). अज्ञात प्रतिरोध X वाले तार की त्रिज्या(r) स्क्रूगेज व लंबाई(l) पैमाने से ज्ञात कीजिये व समी.(11.5) की सहायता से K का मान ज्ञात कीजिये।

## 11.6 प्रेक्षण (Observations)

(i). प्रयुक्त अज्ञात प्रतिरोध के तार की लम्बाई ............................... सेमी

(ii). प्रयुक्त अज्ञात प्रतिरोध के तार की त्रिज्या:

a. स्क्रूगेज का अल्पतमांक ............ सेमी
b. शून्यत्रुटि (यदि कोई हो तो).............. सेमी
c. तार का व्यास एक दिशा में ............................ ..... सेमी
d. तार का व्यास लंबवत दिशा में .................................... सेमी
e. तार का माध्य व्यास(d) ............................................ सेमी
f. तार की त्रिज्या(r = d/2) .................................... सेमी

(iii). अज्ञात प्रतिरोध X ज्ञात करना

| क्र सं. | प्रतिरोध बॉक्स से निकाला गया प्रतिरोध R(ओम) | बिंदु L से संतुलन बिंदु की दूरी जब अज्ञात प्रतिरोध X | | ($l_1$ - $l_2$) सेमी | अज्ञात प्रतिरोध $X=\rho(l_2-l_1)+R'$ (ओम) | माध्य X (ओम) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | बिंदु a व b के मध्य हैं $l_1$ सेमी | जबकिबिंदु g व h के मध्य है $l_2$ सेमी | | | |
| 1. | | | | | | |
| 2. | | | | | | |
| 3. | | | | | | |
| 4. | | | | | | |

## 1.7 गणना व परिणाम (Calculation and result)

**गणना**

(i) तार का प्रतिरोध

$$X = \rho(l_2 - l_1) + R' \text{ ओम}$$

प्रत्येक सेट से X का मान निकाल कर उसका माध्य ज्ञात कीजिए।

(ii) तार के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध

$$K = \frac{X\pi r^2}{l} \text{ (ओम-सेमी या ओम मी)}$$

**परिणाम**

(i) अज्ञात तार का प्रतिरोध ....................................... ओम
(ii) तार के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध .................................... ओम मी

## 11.8 पूर्वावधान व त्रुटियों के स्रोत (Precautions and sources of errors)

प्रयोग के समय लिये जानै वाले पूर्वावधान व त्रुटि के स्रोत पूर्व प्रयोग-10 में बताये जा चुके हैं।अत: उन्हें यहाँ दोहराया नहीं गया है।

## 11.9 सारांश (Summary)

कैरीफोस्टर सेतु किसी तार के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध ज्ञात करने के लिये एक उपयोगी उपकरण है।

## 11.10 शब्दावली (Glossary)

| | |
|---|---|
| अनुप्रस्थ काट | Cross section |
| अनुक्रमानुपाती | Directly proportional |
| ताप प्रतिरोधकता गुणांक | Coefficient of thermal resistivity |
| प्रतिरोध | Resistance |
| विशिष्ट प्रतिरोध | Specific resistance |

## 11.11 संदर्भ ग्रन्थ (Reference books)

| | | |
|---|---|---|
| भाटवडेकर, दशोरा, चौधरी | 'नवीन प्रथम वर्ष प्रायोगिक भौतिकी" | रमेश बुक डिपो, जयपुर |
| एमपी. सक्सेना, पी.आर सिंह, एस. एस. रावत, एनएस. सक्सेना | "प्रायोगिक भौतिकी" | कॉलेज बुक हाउस, जयपुर |

## 11.12 बोध प्रश्नों के उत्तर (Answers to self assessment questions)

1. तार की लम्बाई, मोटाई. ताप व पदार्थ की प्रकृति पर
2. ताप व तार के पदार्थ की प्रकृति पर
3. अपरिवर्तित रहेगा।
4. अपरिवर्तित रहेगा।

## 11.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर (Oral questions and answers)

**1.** किसी चालक के प्रतिरोध से आप क्या समझते हैं?

**उत्तर:** चालक के सिरों पर विभवान्तर व उसमें प्रवाहित धारा का अनुपात चालक का प्रतिरोध कहलाता है।

**2.** ताप में परिवर्तन के साथ चालक का प्रतिरोध किस प्रकार परिवर्तित होता है?

**उत्तर:** किसी ताप 't' पर चालक का प्रतिरोध व्यक्त किया जाता है:

$$R_t = R_o(1+ \alpha t + \beta t + ....)$$

यदि ताप परिवर्तन अधिक न हो तो $R_t = R_o(1+ \alpha t)$

$R_o$ ताप = 0 पर तार का प्रतिरोध है।

अत: ताप बढ़ने से चालक का प्रतिरोध द्दढ़ता है।

**3.** यदि तार की लंबाई चार गुना व त्रिज्या को द्रेगुरना कर दिया जाये तो तार के प्रतिरोध

व विशिष्ट प्रतिरोध में कितना परिवर्तन होगा ?

**उत्तर:** अपरिवर्तित रहेंगे।

**4.** यदि तार की लंबाई व त्रिज्या को दो गुना कर दिया जाये तो तार के प्रतिरोध व विशिष्ट प्रतिरोध में कितना परिवर्तन होगा?

**उत्तर:** प्रतिरोध आधा हो जायेगा पर विशिष्ट प्रतिरोध अपरिवर्तित रहेगा।

# प्रयोग 12

# दिये गये गैल्वनोमीटर को अमीटर में रूपान्तरित करना (To convert a given galvanometer into ammeter)

**प्रयोग की रूपरेखा**

12.0 उद्देश्य
12.1 प्रस्तावना
12.2 आवश्यक उपकरण
12.3 सिद्धान्त
12.4 चित्र
12.5 विधि
12.6 प्रेक्षण
12.7 गणना व परिणाम
12.8 पूर्वावधान एवम् त्रुटियों के स्रोत
12.9 सारांश
12.10 शब्दावली
12.11 संदर्भ ग्रन्थ
12.12 बोध प्रश्नों के उत्तर
12.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर

## 12.0 उद्देश्य (Objectives)

इस प्रयोग को करने के बाद आप

- किसी भी गैन्वनोमीटर को दी गई परास के अमीटर में रूपान्तरित कर सकेंगे;
- आदर्श अमीटर के बारे में जान सकेंगे;
- परिपथ में प्रयोग किये गये विभिन्न अवयवों के कार्य को जान सकेंगे;
- दिये गये विद्युत परिपथ आरेख के अनुसार विद्युत परिपथ तैयार कर सकेंगे;
- अमीटर द्वारा नापी गई धारा एवं उसके संगत त्रुटि में अंशाकन वक्र खींच सकेंगे;
- अमीटर का अल्पतमांक ज्ञात कर सकेंगे।

## 12.1 प्रस्तावना (Introduction)

आप जानते है कि विद्युत परिपथ में धारा का पता लगाने के लिये प्रयुक्त यंत्र गैल्वनोमीटर कहलाता है जबकि विद्युत परिपथ में धारा के मापन के लिए प्रयुक्त उपकरण अमीटर कहलाता है।दिये गये गैल्वनोमीटर को दी गई परास के अमीटर में बदलने के लिए वांछित आवश्यक उपकरण अनुच्छेद 12.2 में बताये गये है। इस हेतु आवश्यक सिद्धान्त की विवेचना अनुच्छेद 12.3 में की गई है इस प्रयोग को करने हेतु अनुच्छेद 12.4 के अनुसार परिपथ चित्र बनाकर अनुच्छेद व 12.5 में दर्शाई विधि के

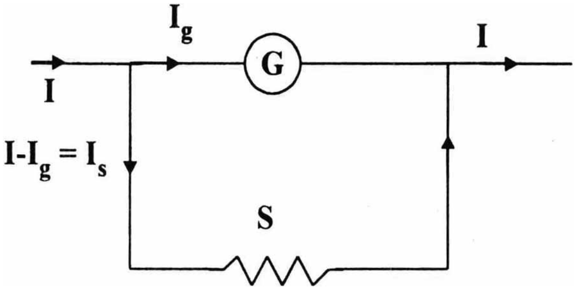
अनुसार प्रयोग करते है तथा प्रेक्षण सारणी में प्रेक्षण नोट करते है। प्रयुक्त अल्प प्रतिरोध के मान की गणना अनुच्छेद 12.7 के अनुसार कर इस प्रतिरोध को गैल्वनोमीटर के समानान्तर क्रम में लगा देने से गैल्वनोमीटर का रूपान्तरण अमीटर में हो जाता है। इस प्रयोग के करते समय रखे जाने वाले पूर्वावधान को अनुच्छेद 12.8 में तथा पूंछे जाने वाले मौखिक प्रश्नों को उत्तर सहित अनुच्छेद 12.13 में दर्शाया गया है।

## 12.2 आवश्यक उपकरण (Apparatus required)

गैल्वनोमीटर सीसा संचायक सेल, वांछित रूपान्तरण वाली परास का अमीटर उच्च प्रतिरोध बॉक्स, प्लग कुंजी(2) संयोजन तार, एक अन्य कम परास का प्रतिरोध बॉक्स।

## 12.3 सिद्धान्त (Theory)

गैल्वनोमीटर की कुण्डली के समान्तर क्रम में. अल्प प्रतिरोध का शंट लगाकर इसे अमीटर में रूपान्तरित किया जा सकता है।



**चित्र 12.1 गैल्वनोमीटर के अमीटरा में रूपान्तरण हेतु तुल्य परिपथ**

माना कि गैल्वनोमीटर के पूर्ण स्केल के लिए धारा का मान $I_g$ है। इस गैल्वनोमीटर को एक ऐसे अमीटर में रूपान्तरित किया जा सकता है जिसकी परास $I_g$ या $I_g$ से अधिक है। यदि दिये गये गैल्वनोमीटर को I एम्पियर परास के अमीटर में रूपान्तरित करना हो तो आवश्यक शंट प्रतिरोध

$$S = \frac{I_g \times G}{(I - I_g)} \qquad ...(12.1)$$

शंट वांछित लम्बाई

$$l = \frac{SA}{\rho}$$

$$l = \frac{S\pi r^2}{\rho} \qquad ...(12.2)$$

जहां G = गैल्वनोमीटर का प्रतिरोध

A = शंट के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल

l = शंट की लम्बाई

r = शंट प्रतिरोध तार की त्रिज्या

ρ = शंट तार का विशिष्ट प्रतिरोध

S = गैल्वनोमीटर के समान्तर क्रम में प्रयुक्त शंट प्रतिरोध

गैल्वनोमीटर के पूर्ण स्केल विक्षेप के लिए धारा

$$I_g' = \left[\frac{E}{R+G}\right]\left(\frac{N}{n}\right) \qquad ...(12.3)$$

यहाँ E संचायक सेल का वि. वा. बल(वोल्ट में)

$R_1$ = गैल्वनोमीटर के पूर्ण पैमाने पर विक्षेप हेतु प्रतिरोध बॉकर से निकाला गया प्रतिरोध (ओम में)

N = गैल्वनोमीटर के पैमाने पर पूर्ण विक्षेप(भाग में)

n = गैल्वनोमीटर में विक्षेप(भाग में)

**बोध प्रश्न(Self assessment questions)**

1. गैल्वनोमीटर किसे कहते है?

------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------

2. विद्युत धारा किसे कहते है ?

------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------

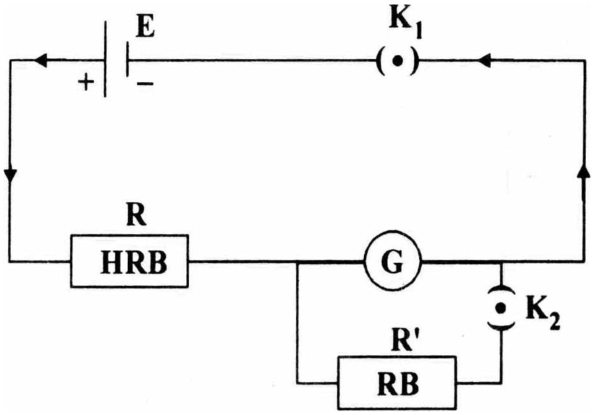
3. विद्युत धारा का मात्रक क्या होता है?

------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------

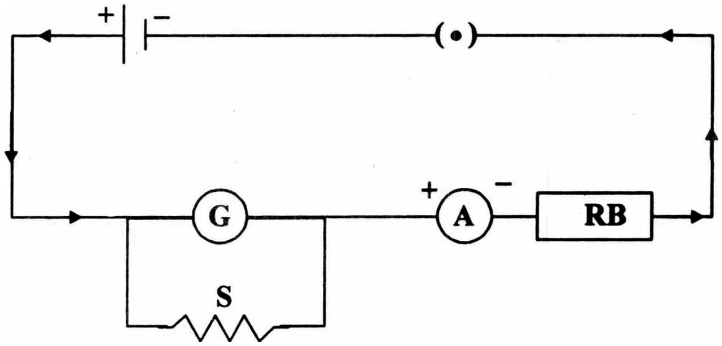
## 12.4 परिपथ चित्र (Circuit Diagram)

(i)



**चित्र 12.2 अर्ध विक्षेप विधि से गैल्वनोमीटर का प्रतिरोध ज्ञात करने हेतु परिपथ**

(ii)



**चित्र 12.3 गैल्वनोमीटर के अमीटर में रूपान्तरण हेतु परिपथ**

## 12.5 विधि (Method)

(i) सर्वप्रथम चित्र 12.2 के अनुसार परिपथ तैयार कर अर्द्ध विक्षेप विधि से गैल्वनोमीटर का प्रतिरोध G तथा गैल्वनोमीटर के पूर्ण स्केल विक्षेप के लिए धारा $I_g$ का मान ज्ञात करें।

(ii) शंट प्रतिरोध(S) का मान ज्ञात करना-

सूत्र $S=\dfrac{I_g \times G}{(I-I_g)}$ में I,$I_g$ व G के मान रख कर आवश्यक शंट प्रतिरोध का मान परिकलित करें। यहाँ I अमीटर की वांछित परास है।

(iii) शंट की वांछित लम्बाई ज्ञात करना -

सूत्र $l=\dfrac{S\pi r^2}{\rho}$ S ,r व ρ के मान रखकर शंट प्रतिरोध की वांछित लम्बाई l की गणना करें।

(iv) दिये गये गैल्वनोमीटर के समान्तर क्रम में l लम्बाई के शंट को जोड़े। इससे यह I एम्पियर परास वाले अमीटर में रूपान्तरित हो जाएगा। इसके पैमाने पर इकाई विक्षेप का मान I/N एम्पियर धारा के तुल्य होगा।

(v) अमीटर में रूपान्तरित गैल्वनोमीटर के अंशाकन हेतु चित्र 1.2.2 के अनुसार परिपथ तैयार करें। शंटयुक्त गैल्वनोमीटर को एक उच्च प्रतिरोध बॉक्स(R), प्लग कुंजी, संचायक सेल(E) और उसी परास के अमीटर के साथ श्रेणी क्रम में जोड़े।(उच्च प्रतिरोध बॉक्स R के स्थान पर धारा नियंत्रक भी लगाया जा सकता है।)

(vi) कुंजी K में प्लग लगायें तथा प्रतिरोध बॉक्स में से एक उच्च प्रतिरोध निकालकर परिपथ मेँ धारा का कुछ मान रखें। धारा के इस मान हेतु अमीटर पाठयांक I तथा उसके संगत रूपान्तरित अमीटर(शंट युक्त गैल्वनोमीटर) का पाठयांक I' नोट करें।

(vii) प्रतिरोध का मान बदलकर परिपथ में धारा का मान बदल दें। प्रत्येक बार अमीटर पाठ्यांक और उसके संगत रूपान्तरित अमीटर पाठ्यांक I' का मान नोट करें। धारा का मान 0 से I तक परिवर्तित कर कम से कम 5 पाठ्यांक लें।

(viii) गैल्वनोमीटर में n अंश विक्षेप के लिए अमीटर धारा I हो तो रूपान्तरित अमीटर में n अंश के लिए धारा I’ = n × I /N ऐम्पियर होगी।

(ix) प्रत्येक पाठयांक के लिए त्रुटि(I-I') ज्ञात करें। यह त्रुटि धनात्मक अथवा ऋणात्मक हो सकती है।

(x) अमीटर के पाठ्यांक को यर्थाथ मानकर त्रुटि(I-I ')(Y-अक्ष) तथा अमीटर पाठ्यांक I(X-अक्ष) के बीच आलेख खीचें। यह आलेख अमीटर का अंशाकन वक्र होगा।

**बोध प्रश्न(Self assessment quwstions)**

4 अमीटर किसे कहते है?

------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------

5 अमीटर को परिपथ में किस प्रकार जोड़ा जाता है ?

------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------

6 आदर्श अमीटर किसे कहते है?

------------------------------------------------------------------------------

## 12.6 प्रेक्षण (Observations)

**(a) गैल्वनोमीटर का प्रतिरोध(G) तथा $I_g$ का मान ज्ञात करना**

(i) बैटरी का वि. वा. बल E —— वोल्ट

(ii) गैल्वनोमीटर पैमाने पर कुल अंशों की संख्या N ——

G व $I_g$ ज्ञात करने हेतु प्रेक्षण सारणी

| क्र. सं. | उच प्रतिरोध R'(ओम) | गैल्वनोमीटर में विक्षेप θ = n (भाग) | अर्ध विक्षेप के लिए प्रतिरोध R = G (ओम) | माध्य G (ओम) | $I_g = \left[\frac{E}{R+G}\right]\left(\frac{N}{n}\right)$ (एम्पियर) | माध्य $I_g$ (एम्पियर) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | | | | | | |
| 2. | | | | | | |
| 3. | | | | | | |
| 4. | | | | | | |
| 5. | | | | | | |
| 6. | | | | | | |
| 7. | | | | | | |
| 8. | | | | | | |

**(b) शंट(प्रतिरोध तार) की त्रिज्या ज्ञात करना**

(i) स्क्रूगेज का अल्पतमांक = $\frac{\text{चूड़ी अंतराल}}{\text{वृत्ताकार पैमाने पर भागों की संख्या मीटर}}$

(ii) शून्यांक त्रुटि = ±------------मीटर

**त्रिज्या ज्ञात करने हेतु प्रेक्षण सारणी-**

| क्र. सं. | प्रधान पैमाने का पाठ्यांक X(मीटर) | वृत्ताकार पैमाने का पाठ्यांक | | कुल पाठ्यांक व्यास D = x + y (मीटर) | माध्य व्यास D (मीटर) | माध्य त्रिज्या r (मीटर) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | संपातित चिन्ह | स.चि×अल्प y (मीटर) | | | |
| 1. | | | | | | |
| 2. | | | | | | |

**(c) रूपान्तरित अमीटर के अंशाकन हेतु प्रेक्षण सारणी**

अमीटर का अल्पतमांक $= \frac{\text{अमीटर की परास}}{\text{अमीटर पैमाने पर भागों की संख्या}}$

=- - - - - - - -एम्पियर

| क्र. सं. | अमीटर का पाठ्यांक I(एम्पियर) | | गैल्वनोमीटर का पाठ्यांक (भागों में) | रूपांतरित अमीटर द्वारा नापी गयी धारा $I' = \left(\frac{I}{N}\right)^n$ (एम्पियर) | त्रुटि(I - I') (एम्पियर) |
|---|---|---|---|---|---|
| | भाग | भाग×अल्प | | | |
| 1. | | | | | |
| 2. | | | | | |
| 3. | | | | | |
| 4. | | | | | |
| 5. | | | | | |
| 6. | | | | | |
| 7. | | | | | |
| 8. | | | | | |

## 12.7 गणना व परिणाम (Calculation and result)

**गणना**

(1) सूत्र $I_g = \left[\frac{E}{R+G}\right]\left(\frac{N}{n}\right)$ में प्रेक्षण से सम्बन्धित मान रखकर $I_g$ का मान प्रत्येक प्रेक्षण के लिए परिकलित कर माध्य $I_g$ ज्ञात करे।

(2) सूत्र $S = \frac{I_g \times G}{I - I_g}$ में सम्बन्धित मान रखकर शंट प्रतिरोध S का मान ज्ञात करें।

(3) सूत्र $l = \frac{S\pi r^2}{\rho}$ में S, r व $\rho$ के मान रखकर शंट प्रतिरोध की आवश्यक लम्बाई परिकलित करें।

(4) रूपान्तरित अमीटर का पाठयांक $I' = \left(\frac{I}{N^n}\right)^n$ तथा प्रत्येक प्रेक्षण के लिए त्रुटि (I -I$'$) प्रेक्षण सारणी से मान रखकर ज्ञात करें।

**परिणाम**

दिये गये गैल्वनोमीटर को ............ एम्पियर परास के अमीटर में रूपान्तरित करने के लिए उसके समान्तर क्रम में प्रयुक्त शंट प्रतिरोध का मान ........... ओम है।

## 12.8 पूर्वावधान एवं त्रुटियों के स्रोत (Precautions and sources of errors)

**पूर्वावधान**

(i) प्रयुक्त संचायक सेल पूर्णतया आवेशित होना चाहिए जिससे इसका वि. वा. ब. सम्पूर्ण प्रयोग में स्थिर रहे।

(ii) प्रयोग प्रारम्भ करने से पूर्व अमीटर/गैल्वनोमीटर में सुई प्रारम्भ में शून्य पर होनी चाहिए अन्यथा उसमें भी संशोधन करना पड़ेगा।

(iii) अंशाकन के लिए प्रयुक्त अमीटर की परास वहीं होनी चाहिए जो कि रूपान्तरित अमीटर की वांछित परास है।

(iv) इस विधि में विक्षेप का मान कम करने के लिए R का मान धीरे धीरे बढ़ाना चाहिए।

(v) गैल्वनोमीटर के समान्तर क्रम में शंट प्रतिरोध लगाते समय ध्यान रहे कि l लम्बाई का शंट गैल्वनोमीटर के बाहरी टर्मिनलों से जुड़ा हो। टर्मिनलों पर लपेटा गया तार लम्बाई l में शामिल नहीं करे।

**त्रुटियों के स्रोत्र**

(i) संयोजक तारों के किनारे साफ न होने के कारण सम्पर्क प्रतिरोध पाया जाता है।

(ii) प्रतिरोध बॉकर की कुंजियाँ सुद्दढ रूप से न लगी हो।

(iii) विक्षेप देखने में लम्बन त्रुटि हो सकती है।

(iv) प्रयुक्त संचायक सेल पूर्णत: आवेशित नहीं हो।

(v) शंट की लम्बाई परिकलित लम्बाई की न ली गई हो।

## 12.9 सारांश (Summary)

गैल्वनोमीटर के समान्तर क्रम में न्यून प्रतिरोध तार(शंट) लगाने से अमीटर में रूपान्तरित हुआ।

## 12.10 शब्दावली (Glossary)

| | |
|---|---|
| अल्पतमांक | Least count |
| अल्प प्रतिरोध | Shunt Calibration |
| अंशाकन | Ideal |
| इर्द-गिर्द | To and fro |

| | |
|---|---|
| चूड़ी अन्तराल | Pitch |
| समान्तर | Parallel |
| सुगम | Conveneint |
| सुग्राहिता | Sensitivity |
| श्रेणी | Series |

## 12.11 संदर्भ ग्रन्थ (Reference books)

| | | |
|---|---|---|
| डा. ओउम् प्रकाश शर्मा | "प्रयोगशाला मैनुअल'" | राष्ट्रीय मुक्त विद्यालयी शिक्षा संस्थान दिल्ली |
| एम. पी. सक्सेना, पी. आर. सिंह<br>एस एस रावत, एन. एस सक्सेना | ''प्रायोगिक भौतिकी" | कॉलेज बुक हाउस, जयपुर |
| भाटवडेकर , दशोरा, चौधरी | "नवीन प्रथम वर्ष प्रायोगिक भौतिकी" | रमेश बुक डिपो, जयपुर |

## 12.12 बोध प्रश्नो के उत्तर (Answers to self assessment questions)

1 वह यंत्र जो किसी विद्युत परिपथ में धारा का पता लगाने के लिए प्रयुक्त किया जाता है।

2 आवेश के बहाव की दर विद्युत धारा कहते है।

3 विद्युत धारा का मात्रक एम्पियर (कूलॉम/सेकण्ड) होता है।

4 वह यंत्र जो किसी विद्युत परिपथ में विद्युत का मापन के लिए प्रयुक्त किया जाता है।

5 अमीटर को परिपथ में श्रेणी क्रम में जोड़ा जाता है।

6 वह अमीटर जिसका प्रतिरोध शून्य हो, आदर्श अमीटर कहलाता है।

## 12.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर (Oral questions and answers)

1. गैल्वनोमीटर को अमीटर में किस प्रकार रूपान्तरित किया जाता है?

उत्तर: गैल्वनोमीटर की कुण्डली के समान्तर क्रम में उपयुक्त मान का अल्प प्रतिरोध(शंट) लगाकर इसे अमीटर में रूपान्तरित किया जाता है।

2. गैल्वनोमीटर कितने प्रकार के होते है?

उत्तर: ये दो प्रकार के होते है-

(i) चल कुण्डली गैल्वनोमीटर

(ii) चल चुम्बक गैल्वनोमीटर

3. चल कुण्डली गैल्वनोमीटर कितने प्रकार के होते है ?

उत्तर: ये दो प्रकार के होते है-

(i) निलम्बित कुण्डली गैल्वनोमीटर

(ii) कीलकित कुण्डली गैल्वनोमीटर(वेस्टन या रुद्धदोल).

4. कीलकित कुण्डली' गैल्वनोमीटर को रुद्धदोल गैल्वनोमीटर क्यों कहते है? यह निलम्बित कुण्डली गैल्वनोमीटर से किस प्रकार भिन्न है?

उत्तर: कीलकित कुण्डली गैल्वनोमीटर में धारा प्रवाह प्रारम्भ करने तथा बन्द करने के तुरन्त पश्चात् कुण्डली स्थिरावस्था में आ जाती है अत: इसे रुद्धदोल गैल्वनोमीटर भी कहते है। जब कि निलम्बन कुण्डली गैल्वनोमीटर में दोनों ही अवस्थाओं में कुण्डली साम्यावस्था के इर्द-गिर्द दोलन करती है तथा स्थिरावस्था में आने में कुछ समय लेती है। चल कुण्डली गैल्वनोमीटर निलम्बन कुण्डली गैल्वनोमीटर की तुलना में कम सुगाही लेकिन अधिक सुगम(convenient) होता है।

5. गैल्वनोमीटर की सुग्राहिता से क्या अभिप्राय है ?

उत्तर: किसी गैल्वनोमीटर में इकाई धारा के कारण उत्पन्न विक्षेप को गैल्वनोमीटर की सुग्राहिता कहते है।

6. गैँल्व्नोमीटर को अमीटर अथवा वोल्टमीटर में रूपान्तरित करने के लिए कौन सा गैल्वनोमीटर प्रयुक्त किया जाता है ?

उत्तर: कीलकित कुण्डली(या वेस्टन) गैल्वनोमीटर।

7. आदर्श अमीटर का प्रतिरोध कितना होता है।

उत्तर: आदर्श अमीटर का प्रतिरोध शून्य होता है।

8. अमीटर को विद्युत परिपथ में किस प्रकार जोड़ा जाता है ?

उत्तर: अमीटर को विद्युत परिपथ सदैव श्रेणी क्रम में जोड़ा जाता है ?

9. अमीटर को विद्युत परिपथ में श्रेणी क्रम में क्यों लगाया जाता है?

उत्तर: अमीटर धारा मापन हेतु प्रयुक्त किया जाता है। परिपथ में प्रवाहित सम्पूर्ण धारा अमीटर में से होकर प्रवाहित हो। इस हेतु इसे परिपथ में सदैव श्रेणी क्रम में लगाया जाता है।

10. गैल्वनोमीटर किस सिद्धान्त पर कार्य करता है ?

उत्तर: जब किसी धारावाही कुण्डली को चुम्बकीय क्षेत्र में लटकाया जाता है तो उस पर एक बलयुग्म कार्य करता है जिसके कारण कुण्डली विक्षेपित होती है। इस बलयुग्म का परिमाण कुण्डली में प्रवाहित विद्युत धारा के अनुक्रमानुपाती होता है।

11. रूपान्तरित अमीटर के अंशाकन वक्र से क्या अभिप्राय है '

उत्तर: यदि अमीटर द्वारा पतित धारा का मान I हो तथा इसके संगत रूपान्तरित अमीटर का पाठयांक I' हो तो I तथा त्रुटि(I-I’) के मध्य खींचा गया वक्र अंशाकन वक्र कहलाता है।

12. शंट किसे कहते है?

उत्तर: अल्पमान के प्रतिरोध को जो गैल्वनोमीटर के समान्तर क्रम में जोड़ा जाता है, उसे शंट कहते है।

13. अमीटर को धारा मापने के लिए श्रेणी क्रम में ही क्यों जोड़ना चाहिए 7

उत्तर: श्रेणी क्रम में जुड़ी विभिन्न युक्तियों में धारा का मान समान होता है। इसलिए इसे परिपथ में श्रेणी क्रम में कहीं भी जोड़ दे तो यह धारा के वास्तविक मान को व्यक्त करेगा।

14. अमीटर का प्रतिरोध न्यून क्यों होना चाहिए?

उत्तर: धारा मापने के लिए अमीटर को परिपथ में श्रेणी क्रम में जोड़ा जाता है अमीटर के। जोड़ने से धारा का मान अप्रभावित रहे इसके लिए इसका स्वयं का प्रतिरोध शून्य या न्यून होना चाहिए।

15. अमीटर की परास से क्या अभिप्राय है?

उत्तर: अमीटर द्वारा मापी जाने वाली धारा का न्यूनतम व अधिकतम मान अमीटर की परास कहलाती है।

16. अमीटर पर + व - अंकित होता है, इसका क्या अभिप्राय है?

उत्तर: धारा सदैव उच्च विभव से निम्न विभव की ओर प्रवाहित होती है। धारा मापने के लिए परिपथ में अमीटर के(+) को उच्च विभव वाले सिरे से तथा(-) अंकित को निम्न विभव वाले सिरे से जोड़ा जाना चाहिये।

# प्रयोग 13

# दिये गये गैल्वनोमीटर को वोल्टमीटर में रुपान्तरित करना (To convert a given galvanometer into voltmeter)

**प्रयोग की रूपरेखा**

13.0 उद्देश्य
13.1 प्रस्तावना
13.2 आवश्यक उपकरण
13.3 सिद्धान्त
13.4 चित्र
13.5 विधि
13.6 प्रेक्षण
13.7 गणना व परिणाम
13.8 पूर्वावधान एवम् त्रुटियों के स्रोत
13.9 सारांश
13.10 शब्दावली
13.11 संदर्भ ग्रन्थ
13.12 बोध प्रश्नों के उत्तर
13.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर

## 13.0 उद्देश्य (Objectives)

इस प्रयोग को करने के बाद आप

- किसी भी गैल्वनोमीटर को दी गई परास के वोल्टमीटर में रुपान्तरित कर सकेगें;
- आदर्श वोल्टमीटर के बारे में जान सकेगें;
- परिपथ में प्रयोग किये गये विभिन्न अवयवों के कार्य को जान सकेंगे;
- दिये गये विद्युत परिपथ आरेख के अनुसार विद्युत परिपथ तैयार कर सकेंगे;
- वोल्टमीटर का अल्पतमांक ज्ञात कर सकेंगे;
- वोल्टमीटर द्वारा नापा गया विभवान्तर एवं उसके संगत त्रुटि में अंशाकन वक्र खींच सकेंगे।

## 13.1 प्रस्तावना (Introduction)

आप जानते है कि विद्युत परिपथ में धारा का पता लगाने के लिए प्रयुक्त यंत्र गैल्वनोमीटर कहलाता है जब कि विद्युत परिपथ में किन्ही दो बिन्दुओं के मध्य विभवान्तर मापन के लिए प्रयुक्त उपकरण वोल्टमीटर कहलाता है।

दिये गये गैल्वनोमीटर को दी गई परास के वोल्टमीटर में बदलने के लिये वांछित उपकरण 13.2 में बताये गये है। इस हेतु आवश्यक सिद्धान्त की विवेचना अनुच्छेद 13.3 में की गई है। इस प्रयोग को करने हेतु अनुच्छेद 13.4 के अनुसार परिपथ चित्र बनाकर अनुच्छेद 13.5 में दर्शाई विधि अनुसार प्रयोग करते है तथा प्रेक्षण सारणी मे प्रेक्षण नोट करते है। प्रयुक्त उच्च प्रतिरोध के मान की गणना अनुच्छेद 13.7 के अनुसार कर इस प्रतिरोध को गैल्वनोमीटर के श्रेणी क्रम में लगा देने से गैल्वनोमीटर का रूपान्तरण वोल्टमीटर में हो जाता है। इस प्रयोग के करते समय रखे जाने वाले पूँर्वावधान को अनुर्च्छेद 13.8 में तथा पूछें जाने वाले मौखिक प्रश्नों को उत्तर सहित अनुच्छेद 13.13 में दिया गया है।

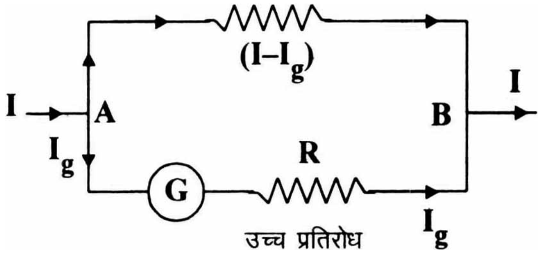
## 13.2 आवश्यक उपकरण (Apparatus required)

गैल्वनोमीटर, सीसा संचायक सेल, वांछित रूपान्तरण वाली परास का वोल्टमीटर, उच्च प्रतिरोध बॉक्स, धारा नियंत्रक, प्लग कुंजी(2), एक अन्य कम परास का प्रतिरोध बॉक्स, संयोजन तार आदि।

## 13.3 सिद्धान्त (Theory)

आदर्श वोल्ट्मीटर वह वोल्ट्मीटर है जिसका प्रतिरोध अनंत होता है।

गैल्वनोमीटर की कुण्डली के श्रेणी क्रम मे उच्च प्रतिरोध तार लगाकर इसे वोल्टमीटर मे रुपान्तरित किया जा सकता है।



**चित्र 13.1 गैल्वनोमीटर के वोल्टमीटर में रूपान्तरण हेतु तुल्य परिपथ**

उपरोक्त चित्रानुसार उच्च प्रतिरोध R व गैल्वनोमीटर का प्रतिरोध G श्रेणी क्रम में है अत: उनके सिरों पर कुल विभवान्तर

$$V = V_g + V_R$$

$$= RI_g + GI_g$$

$$= I_g(R+G)$$

$$\therefore R+G = \frac{V}{I_g}$$

या $$R = \left(\frac{V}{I_g} - G\right) \quad ...(13.1)$$

जहां V = वोल्टमीटर की परास(वोल्ट में)

$I_g$ = गैल्वनोमीटर में पूर्ण स्केल विक्षेप के लिए धारा का मान

G = गैल्वनोमीटर का प्रतिरोध

R = गैल्वनोमीटर के श्रेणी क्रम में लगा उच्च प्रतिरोध (गैल्वनोमीटर के पूर्ण पैमाने पर विक्षेप हेतु R.B. से निकाला गया प्रतिरोध)

गैल्वनोमीटर के पूर्ण स्केल विक्षेप के लिए धारा

$$I_g = \frac{V}{R+G} \qquad ...(13.2)$$

**बोध प्रश्न(self assessment questions)**

1 वोल्टमीटर किसे कहते है?

-----------------------------------------------------------------------------------------

-----------------------------------------------------------------------------------------

2 विभवान्तर किसे कहते है?

-----------------------------------------------------------------------------------------

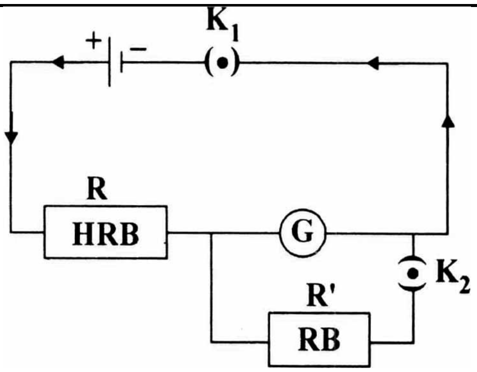
-----------------------------------------------------------------------------------------

3 गैल्वनोमीटर को वोल्टमीटर में कैसे बदलते है?

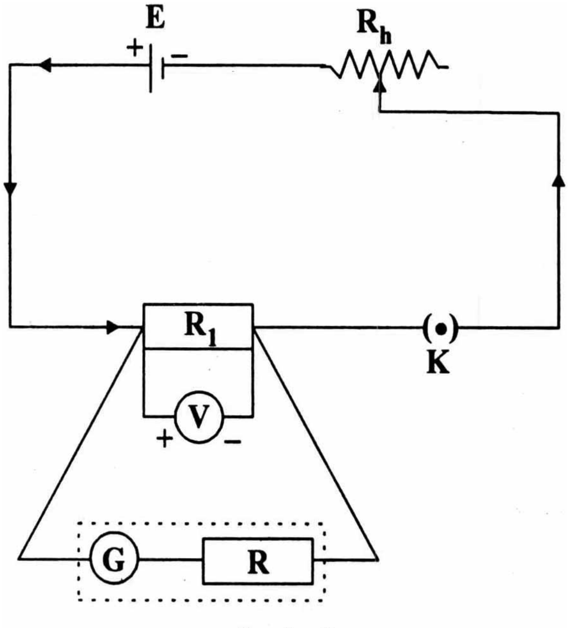
-----------------------------------------------------------------------------------------

-----------------------------------------------------------------------------------------

## 13.4 परिपथ चित्र (Circuit diagram)



**चित्र 13.2 अर्द्ध विक्षेप विधि से गैलनोमीटंर का प्रतिरोध ज्ञात करने हेतु परिपथ**



रुपान्तरित वोल्टमीटर

**चित्र 13.3 रुपान्तरित वॉल्टमीटर के अंशाकन हेतु परिपथ**

## 13.5 विधि (Method)

(i) सर्वप्रथम चित्र व 3.4 के अनुसार परिपथ तैयार कर अर्द्ध विक्षेप विधि से गैल्वनोमीटर का प्रतिरोध G तथा धारा $I_g$ का मान ज्ञात करे।

(ii) गैल्वनोमीटर को V परास के वोल्टमीटर में रुपान्तरित करने के लिए इसके श्रेणी क्रम मे वांछित उच्च प्रतिरोध R का सूत्र(13.1) मे G,$I_g$ व V के मान रखकर गणना कर प्राप्त करें। यहाँ परास V संचायक सेल के विद्युत वाहक बल से कम होनी चाहिए अन्यथा अंशाकन नहीं होगा।

(iii) परिकलित R के बराबर एक प्रतिरोध(उच्च प्रतिरोध बॉक्स से) गैल्वनोमीटर के श्रेणी क्रम में जोड़े, इससे यह V परास के वोल्टमीटर में रुपान्तरित हो जायेगा।

(iv) यदि गैल्वनोमीटर के पैमाने पर कुल N भाग हो तो वोल्टमीटर में बदलने पर इसका एक भाग= $\frac{V}{N}$ वोल्ट होगा।

(v) वोल्टमीटर में रुपान्तरित गैल्वनोमीटर के अंशांकन हेतु परिपथ चित्र 13.3 के अनुसार विद्युत संयोजन करें। संचायक सेल, कुंजी, धारा नियंत्रक तथा प्रतिरोध बॉक्स $R_1$, श्रेणी क्रम में जोड़े। प्रतिरोध बॉक्स $R_1$, के समान्तर क्रम में रुपान्तरित गैल्वनोमीटर तथा उसी परास के वोल्टमीटर को जोड़े।

(vi) प्रतिरोध बॉक्स $R_1$ में से व 1-2 ओम का प्रतिरोध निकालें और कुंजी K बन्द कर परिपथ पूर्ण करें। अब धारा नियंत्रक को इस प्रकार समायोजित करे कि वोल्टमीटर में रुपान्तरित गैल्वनोमीटर के पूर्ण स्केल पर विक्षेप आ जाए।

इसी समय वोल्टमीटर का पाठ्यांक नोट कर लें। यह मान रुपान्तरण के लिए निर्धारित परास V वोल्ट के बराबर होना चाहिए।

(vii) धारा नियंत्रक में प्रतिरोध बदलकर गैल्वनोमीटर में विक्षेप n तथा इसके संगत वोल्टमीटर का पाठ्यांक V नोट करें।

n विक्षेप के लिए रुपान्तरित वोल्टमीटर का पाठ्यांक $V' = \frac{nV}{N}$ होगा।

(viii) धारा नियंत्रक से प्रतिरोध बदलकर पूरी परास(0 - V) के लिए कम से कम 5 पाठ्यांक ले। यदि आवश्यकता हो तो प्रतिरोध बॉक्स में प्रयुक्त($R_1$) का मान भी बदल दें जिससे अपेक्षित पाठ्यांक प्राप्त हो सके।

(ix) प्रत्येक पाठ्यांक के लिए(V - V') ज्ञात करे। यह त्रुटि धनात्मक अथवा ऋणात्मक हो सकती है।

(x) अब त्रुटि(V - V') तथा वोल्टमीटर के पाठ्यांक V के बीच आलेख खीचने पर अंशाकंन वक्र प्राप्त होगा।

**बोध प्रश्न (Self assessment questions)**

4 आदर्श वोल्टमीटर किसे कहते है?

-----------------------------------------------------------------------------------

-----------------------------------------------------------------------------------

5 वोल्टमीटर को परिपथ के किस क्रम में जोड़ा जाता है?

-----------------------------------------------------------------------------------

-----------------------------------------------------------------------------------

6 विभवान्तर का मात्रक क्या होता है?

-----------------------------------------------------------------------------------

-----------------------------------------------------------------------------------

## 13.6 प्रेक्षण (Observations)

**धारामापी का प्रतिरोध(G) तथा $I_g$ ज्ञात करना-**

(i) संचायक सेल का वि. वा. बल E= ................ वोल्ट

(ii) गैल्वनोमीटर पैमाने पर कुल भागों की संख्या N = ........

**प्रेक्षण सारणी- $I_g$ ज्ञात करने हेतु**

| क्र. सं. | उच प्रतिरोध R'(ओम) | गैल्वनोमीटर में विक्षेप θ = n (भाग) | अर्ध विक्षेप θ/2 के लिए प्रतिरोध R = G (ओम) | माध्य G (ओम) | $I_g = \left[\frac{E}{R+G}\right]\left(\frac{N}{n}\right)$ (एम्पियर) | माध्य $I_g$ (एम्पियर) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | | | | | | |
| 2. | | | | | | |
| 3. | | | | | | |
| 4. | | | | | | |
| 5. | | | | | | |

**रूपांतरित गैल्वनोमीटर के अंशाकन हेतु प्रेक्षण**

(i) गैल्वनोमीटर का प्रतिरोध(G) ...... ओम

(ii) पूर्ण स्केल विक्षेप के लिए धारा $I_g$ ...... एम्पियर

(iii) गैल्वनोमीटर के श्रेणी क्रम मे प्रयुक्त उच्च प्रतिरोध R = ...... ओम

(iv) वोल्टमीटर की अपेक्षित परास V = ...... वोल्ट

(v) वोल्टमीटर का अल्पतमांक $= \frac{\text{परास}}{\text{कुलभाग}}$ = ...... वोल्ट

**प्रेक्षण सारणी- रुपान्तरित वोल्टमीटर के अंशांकन हेतु**

| क्र. सं. | वोल्टमीटर का पाठ्यांक V(वोल्ट) | | गैल्वनोमीटर का पाठ्यांक (भागों में) n | रूपांतरित वोल्टमीटर का पाठ्यांक $V' = \left(\frac{V}{N}\right)n$ (वोल्ट) | त्रुटि (V - V') |
|---|---|---|---|---|---|
| | भाग | भाग × अलपतमांक | | | |
| 1.<br>2.<br>3.<br>4. | | | | | |

## 13.7 गणना व परिणाम(Calculation and result)

**गणना**

(i) $I_g = \left[\frac{E}{R+G}\right]\left(\frac{N}{n}\right)$

उपरोक्त सूत्र मे प्रेक्षण सारणी प्रथम से सभी मान रखकर $I_g$ का मान प्रत्येक प्रेक्षण के लिए परिकलित करें एवं माध्य $I_g$ का मान ज्ञात करें।

(ii) सूत्र $R = \left(\frac{V}{I_g} - G\right)$ में V, Ig व G का मान रखकर R का मान ज्ञात करें।

(iii) रुपान्तरित वोल्टमीटर का पाठयांक $V' = \left(\frac{V}{n}\right)n$ तथा प्रत्येक प्रेक्षण के लिए त्रुटि (V-V') परिकलित करें।

**परिणाम**

(i) दिये गये गैल्वनोमीटर को...... वोल्ट परास के वोल्टमीटर में रुपान्तरित करने के लिए उसके श्रेणी क्रम में प्रयुक्त प्रतिरोध....... ओम

## 13.8 पूर्वावधान व त्रुटियों के स्रोत (Precaution and sources of errors)

**पूर्वावधान**

(i) प्रयुक्त संचायक सेल पूर्णत: आवेशित होना चाहिए जिससे इसका वि. वा. बल प्रयोग के समय स्थिर रहे।

(ii) वोल्टमीटर व गैल्वनोमीटर में संकेतक प्रारम्भ में शून्य पर होनी चाहिए अन्यथा इसमे शून्यांक त्रुटि होगी।

(iii) विक्षेप का मान कम करने के लिए R का मान धीरे धीरे बढ़ाना चाहिए।

(iv) अंशांकन के लिए प्रयुक्त वोल्टमीटर की परास वोल्टमीटर में रुपान्तरित गैल्वनोमीटर की वांछित परास के तुल्य होनी चाहिए।

(v) प्रयोग में रुपान्तरित वोल्टमीटर का अंशांकन अन्य वोल्टमीटर को आदर्श मानकर किया जाता है जो यथार्थ नही है।

**त्रुटियों के स्रोत**

(i) संयोजक तारों के किनारे साफ न होने के कारण सम्पर्क - प्रतिरोध पाया जाता है।

(ii) प्रतिरोध बॉक्स की कुंजियाँ सुद्दढ़ रुप से न लगी हो।

(iii) विक्षेप देखने में लम्बन त्रुटि हो सकती है।

(iv) प्रयुक्त संचायक सेल पूर्णत: आवेशित नहीं हो।

## 13.9 सारांश (Summary)

गैल्वनोमीटर के श्रेणी क्रम में उच्च प्रतिरोध तार लगाने से वह वोल्टमीटर मे रुपान्तरित हुआ।

## 13.10 शब्दावली (Glossary)

| | |
|---|---|
| आदर्श | Ideal |
| अल्पतमांक | Least count |
| अंशाकन | Calibration |
| उच्च प्रतिरोर्धै | High resistance |
| परास | Range |
| विभव | Potential |
| विभवान्तर | Potential difference |
| शून्य त्रुटि | Zero error |
| संचायक सेल | Accumulator |
| श्रेणी | Series |

## 13.11 संदर्भ ग्रन्थ (Reference books)

| | | |
|---|---|---|
| भाटवडेकरं दशोरा, चोधरी | "नवीन प्रथम वर्ष प्रायोगिक भौतिकी" | रमेश बुक डिपो, जयपुर |
| एम. पी. सक्सेना, पी. आर. सिंह<br>एस. एस. रावत, एन. एस. सक्सेना | "प्रायोगिक भौतिकी" | कॉलेज बुक हाऊस, जयपुर |
| डा. ओम प्रकाश शर्मा | प्रयोगशाला मैनुअल | राष्ट्रीय मुक्त वि. शिक्षा |

संस्थान. दिल्ली

## 13.12 बोध प्रश्नों के उत्तर (Answers to self assessment questions)

1 उस यंत्र को जो विद्युत परिपथ के किन्हीं दो बिन्दुओं के बीच विभवान्तर मापने के लिए प्रयुक्त किया जाता है, वोल्टमीटर कहते है।

2 एकांक धन आवेश को विद्युत क्षेत्र के किसी एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक ले जाने में जो कार्य करना पड़ता है, वह उन दोनो बिन्दुओं के बीच विभवान्तर कहलाता है।

3 गैल्वनोमीटर की कुण्डली के श्रेणी क्रम में उच्च प्रतिरोध तार लगा देने से वह वोल्टमीटर में बदल जाता है।

4 आदर्श वोल्टमीटर वह वोल्टमीटर है जिसका प्रतिरोध अनन्त होता है।

5 वोल्टमीटर को सदैव विद्युत परिपथ के समान्तर क्रम में जोडा जाता है।

6 विभवान्तर का मात्रक वोल्ट(जूल/कूलॉम) होता है।

## 13.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर (Oral questions and answers)

1. किसी गैल्वनोमीटर को वोल्टमीटर में रुपान्तरित करने के लिए क्या करते है?

उत्तर किसी गैल्वनोमीटर की कुण्डली के श्रेणी क्रम मे उच्च प्रतिरोध तार लगा देने से वह वोल्टमीटर में रुपान्तरित हो जाता है।

2. गैल्वनोमीटर का सिद्धान्त क्या है?

उत्तर जब किसी धारावाही कुण्डली को चुम्बकीय क्षेत्र मे लटकाया जाता है तो उस कुण्डली पर ए? बल युग्म कार्य करता है जिसके कारण कुण्डली विक्षेपित होती है। इस बल युग्म का परिमाण कुण्डली में प्रवाहित धारा के समानुपाती होता है।

3. वोल्टमीटर को परिपथ में समान्तर क्रम में ही क्यों जोडते है'

उत्तर वोल्टमीटर का उपयोग परिपथ में किन्हीं दो बिन्दुओ के मध्य विभवान्तर के मापन के लिए प्रयुक्त किया जाता है। वोल्टमीटर को सदैव दो बिन्दुओं के मध्य समान्तर क्रम में ही जोड़ा जाता है क्योंकि समान्तर क्रम में लगाने पर, उच्च प्रतिरोध की युक्ति होने के कारण, यह स्वंय धारा का उपयोग नहीं करता और समस्त धारा उन्हीं दो बिन्दुओ के बीच प्रवाहित होकर, जिनके बीच विभावान्तर ज्ञात करना है, विभावान्तर का यथार्थ मान प्रदान करता है।

4. विद्युत धारा का क्या तात्पर्य है?

उत्तर आदेश के प्रवाह से विद्युत धारा उत्पन्न होती है।आवेश के प्रवाह की दर को विद्युत धारा कहते है अर्थात्

$$\text{विद्युत धारा} = \frac{\text{आवेश}}{\text{समय}} =$$

5. विद्युत धारा का मात्रक क्या होता है?

उत्तर $I = \frac{Q}{t}$ = कूलॉम/सेकण्ड

विद्युत धारा का मात्रक कूलॉम सेकण्ड होता है जिसे एम्पियर भी कहते है।

6. वोल्टमीटर के अंशाकन अथवा विभव मापने में वोल्टमीटर के अतिरिक्त अन्य किस उपकरण का प्रयोग किया जाता है?

उत्तर विभवमफि का प्रयोग किया जाता है।

7. वोल्टमीटर व विभवमापी द्‌वारा विभव मापन में अधिक यथार्थता(सुग्राहिता) किसके द्‌वारा आती है?

उत्तर विभवमापी द्‌वारा मापन में अधिक यथार्थता होगी।

8. वोल्टमीटर की परास किस प्रकार बढ़ाई जा सकती है?

उत्तर परिपथ मे अधिक वोल्टता की संचायक बेटरी प्रयुक्त करने से वोल्टमीटर की परास बढ़ाई जा सकती है।

9. वोल्टमीटर एवं गैल्वनोमीटर में क्या अन्तर है?

उत्तर गैल्वनोमीटर धारा की उपस्थिति एवं दिशा ज्ञात करने में प्रयुक्त किया जाता है जबकि वोल्टमीटर परिपथ के दो बिन्दुओं के बीच विभवान्तर ज्ञात करने में प्रयुक्त होता है।

10. वोल्टमीटर का अंशांकन कैसे करते हैं।

उत्तर रुपान्तरित वोल्टमीटर में अधिकतम विक्षेप को वोल्टमीटर की तुल्य परास के बराबर लेकर n समान भागों में विभाजित करते है और प्रत्येक भाग का मान निर्धारित कर स्केल को वोल्ट में अंकित कर वोल्टमीटर का अंशांकन करते है।

11. वोल्टमीटर के अंशांकन या अंशशोधन से क्या अभिप्राय है?

उत्तर अंशाकित वोल्टमीटर की यथार्थता की जाँच किसी विभवमापी द्‌वारा कर दोनों पाठयांको की तुलना की जाती है। इस प्रक्रिया को अंशाकन या अशंशोधन कहते है।

12. वोल्टमीटर के अंशांकन वक्र किसे कहते है।

उत्तर वोल्टमीटर के पाठ्यांक में त्रुटि(V - V ') तथा वोल्टमीटर के पाठ्यांक(V) के बीच वक्र को वोल्टमीटर का अंशाकन वक्र कहते है।

13. वोल्टमीटर की परास से क्या अभिप्राय है?

उत्तर वोल्टमीटर द्‌वारा मापा जाने वाला विभव का न्यूनतम व अधिकतम मान वोल्टमीटर की परास कहलाती है।

14. वोल्टमीटर पर + व - अंकित होता है, इसका क्या महत्व है?

उत्तर धारा सदैव उच्च विभव से निम्न विभव की ओर प्रवाहित होती है। अत: वोल्टमीटर के(+) को उच्च विभव वाले सिरे से तथा(-) को निम्न विभव वाले सिरे से जोड़ा जाना चाहिए।

15. सेल का विद्‌युत वाहक बल किसे कहते है?

उत्तर खुले परिपथ में सेल के दोनों इलेक्ट्रोडो के मध्य विभवान्तर को सेल का विद्‌युत वाहक बल कहते है।

# प्रयोग 14

# अर्द्ध चालक संधि डायोड का अभिलक्षणिक वक्र खींचना तथा अग्र व पश्च प्रतिरोध ज्ञात करना

# (To plot characteristic curve of semi conductor junction diode and determine its forward and reverse resistances)

**प्रयोग की रूपरेखा**

14.0 उद्देश्य
14.1 प्रस्तावना
14.2 आवश्यक उपकरण
14.3 सिद्धान्त
14.4 चित्र
14.5 विधि
14.6 प्रेक्षण
14.7 गणना व परिणाम
14.8 पूर्वावधान एवम् त्रुटियों के स्रोत
14.9 सारांश
14.10 शब्दावली
14.11 संदर्भ ग्रन्थ
14.12 बोध प्रश्नों के उत्तर
14.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर

## 14.0 उद्देश्य (Objectives)

इस प्रयोग को करने के बाद आप

- अर्द्ध चालक संधि डायोड के कैथोड व एनोड को पहचान सकेंगे;
- दिये गये विद्‌युत परिपथ आरेख के अनुसार विद्‌युत परिपथ तैयार कर सकेंगे;
- न्यास पत्र(data sheet) से उस अधिकतम सुरक्षित धारा का मान ज्ञात कर सकेंगे जो कि डायोड से प्रवाहित की जा सकती है;
- अर्द्ध चालक संधि डायोड की जीनर वोल्टता(Zener voltage) का मान जान सकेंगे, जिस पर परिपथ में एकाएक धारा का मान बहुत अधिक हो जाता है;
- ग्राफ खींचने के लिए उचित पैमानों का चयन कर सकेंगे।

## 14.1 प्रस्तावना (Introduction)

आप जानते है कि जब P प्रकार के अर्द्ध चालक व N प्रकार के अर्द्धचालक को मिलाकर साथ रखते है तो एक युक्ति प्राप्त होती है जिसे अर्द्धचालक डायोड कहते है। P प्रकार के अर्द्धचालक में कोटर की तथा N प्रकार के अर्द्धचालक में इलेक्ट्रॉनों की बाहु ल्यता होती है। कोटर एवं इलेक्ट्रॉन क्रमशः P व N प्रकार के पदार्थो में आवेश वाहकों का कार्य करते है। अर्द्धचालक संधि डायोड के अभिलक्षणिक वक्र खींचने के लिए वांछित आवश्यक उपकरण अनुच्छेद 14.2 में बताये गये हैं। आवश्यक सिद्धान्त की विवेचना अनुच्छेद 14.3 में की गई है। इस प्रयोग को करने हेतु अनुच्छेद 14.4 के अनुसार परिपथ चित्र बनाकर अनुच्छेद 14.5 में दर्शायी विधि के अनुसार प्रयोग करते है तथा अनुच्छेद 14.6 में दी गई प्रेक्षण सारणी में प्रेक्षण नोट करते हैं।

डायोड के अभिलक्षणिक वक्र जो कि डायोड से प्रवाहित धारा व आरोपित विभवान्तर के बीच सम्बन्ध दर्शाते हैं खींचकर अनुच्छेद 14.7 में बताये अनुसार अग्र प्रतिरोध तथा पश्च प्रतिरोध की गणना करते है। इस प्रयोग को करते समय रखे जाने वाले पूर्वावधान व त्रुटियों के स्त्रोत को अनुच्छेद 14.8 में तथा मौखिक प्रश्नों को उत्तर सहित अनुच्छेद 14.13 में दिया गया है।

## 14.2 आवश्यक उपकरण (Apparatus Required)

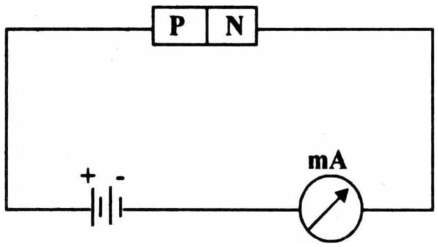
एक अर्द्धचालक डायोड (P-N संधि डायोड) संचायक बैटरी, एक मिली अमीटर एक माइक्रोअमीटर दो वोल्टमीटर(0-1 वोल्ट परास तथा 0-1 वोल्ट परास) धारा नियंत्रक, कुंजी, संयोजक तार

## 14.3 सिद्धान्त (Theory)

अर्द्ध चालक संधि डायोड को बाहय बैटरी के साथ दो प्रकार से जोड़ा जा सकता है जिन्हें अग्र अभिनति तथा उत्क्रम अभिनति कहते हैं।

**(a) अग्र अभिनति (Forward Bias) :**

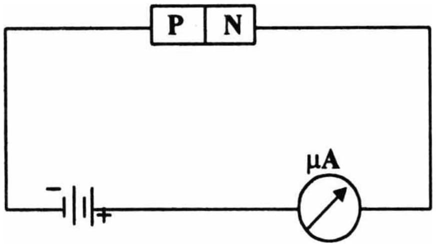
जब बैटरी के धनाग्र को संधि P भाग से एवं ऋणाग्र को N भाग से सम्बधित करते हैं तो ऐसे संयोजन को अग्र अभिनति कहते हैं।



**चित्र 14.1 अग्र अभिनति**

**(b) उत्क्रम अभिनति (Reverse Bias) :**

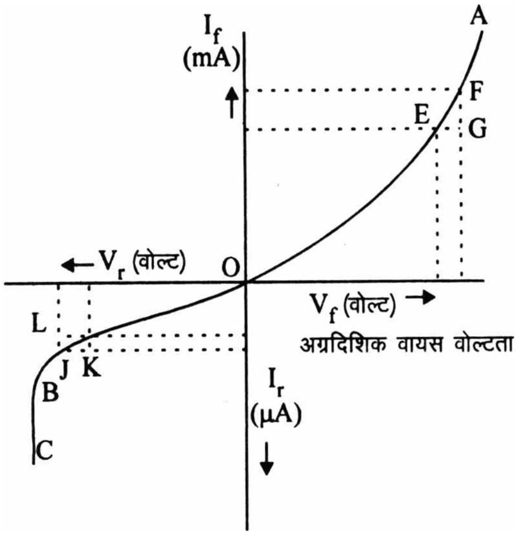
जब बैटरी के धनाग्र को संधि डायोड के हें भाग से तथा ऋणाग्र को । भाग से सम्बन्धित कर देते है तो इसे उत्क्रम अभिनति कहते हैं।



**चित्र 1.2 उत्क्रमअभिनति**

**(c) अभिलक्षणिक वक्र (Characteristic curve) :**

अर्द्ध चालक संधि डायोड से प्रवाहित होने वाली धारा तथा बायस की बोल्टता के मध्य खींचे गये वक्र को अभिलक्षणिक वक्र कहते हैं जिसे चित्र 14.3 में प्रदर्शित किया गया है। अभिलक्षणिक वक्र के OA भाग को अग्र अभिनति अभिलक्षणिक वक्र तथा OB भाग को उत्क्रम अभिनति अभिलक्षणिक वक्र कहते हैं। वक्र का BC भाग जेनर भंजन प्रक्रिया भाग कहलाता है।



**चित्र 14.3 अभिलक्षणिक वक्र**

संधि डायोड में धारा I की बायस वोल्टता V पर निर्भरता निम्नानुसार है

$$I = I_o \, [\, e^{eV/kT} - 1]$$

जहाँ $I_o$ उत्क्रम बायस में संतृप्त धारा, V बायस वोल्टता , T संधि का ताप, k बोल्टजमान नियतांक, e इलेक्ट्रॉनिक आवेश है। धारा I बायस वोल्टता V के साथ चरधातांकी रूप से बढ़ती है।

**अग्र प्रतिरोध (Forward resistance)**

(a) अग्र स्थैतिक प्रतिरोध (Forward static resistance)

$$R_f = \frac{V_f}{I_f} \text{ ओम}$$

(b) अग्र गतिक प्रतिरोध (Forward dynamic resistance)

$$R_f = \frac{\Delta V_f}{\Delta I_f} \text{ ओम}$$

**पश्चप्रतिरोध (Reverse resistance)**

(a) पश्च स्थैतिक प्रतिरोध(Reverse static resistance)

$$R_r \frac{V_r}{I_r} \text{ ओम}$$

(b) पश्च गतिक प्रतिरोध(Reverse dynamic resistance)

$$R_r = \frac{\Delta V_r}{\Delta I_r} \text{ ओम}$$

**बोध प्रश्न(Self assessment questions)**

1. P प्रकार के अर्द्ध चालकों में किसकी अधिकता होती है।

--------------------------------------------------------------------------------

2. N प्रकार के अर्द्ध चालकों में किसकी अधिकता होती है।

--------------------------------------------------------------------------------

3. अग्र अभिनति किसे कहते हैं।

--------------------------------------------------------------------------------

--------------------------------------------------------------------------------

--------------------------------------------------------------------------------

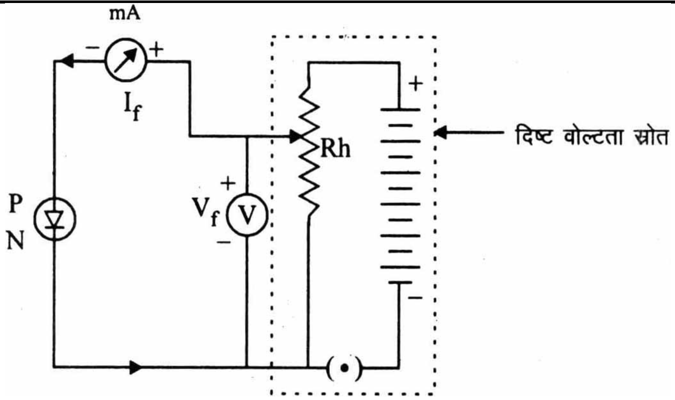
4. उत्क्रम अभिनति किसे कहते हैं।

--------------------------------------------------------------------------------

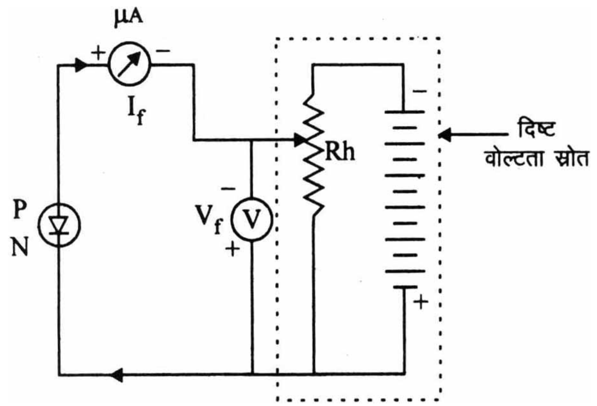
--------------------------------------------------------------------------------

--------------------------------------------------------------------------------

## 14.4 परिपथ चित्र (Circuit diagram)



**चित्र 14.4 अग्र अभिनति अभलक्षणिक वक्र लिये परिपथ**



**चित्र 14.5 उत्क्रम अभिनति अभिलक्षणिक वक्र के लिये परिपथ**

## 14.5 विधि (Method)

**(a) अग्र अभिनति अभिलक्षणिक वक्र:**

**(i)** चित्र 14.4 के अनुसार परिपथ बनाओं। P - N संधि डायोड के P टर्मिनल को चित्रानुसार विभव विभाजक के धनाग्र से तथा N टर्मिनल को ऋणाग्र से जोड़िये।

**(ii)** धारा नियत्रंक(Rh) की सहायता से अग्र वोल्टता 0.1 वोल्ट पर करो तथा मिली अमीटर से धारा का पाठ्यांक नोट कीजिये।

**(iii)** धीरे धीरे धारा नियत्रंक की सहायता से अग्र वोल्टता को 0.1वोल्ट के क्रम में बढ़ाते जाइये तथा संगत धारा मिली अमीटर से गम में नोट करते जाइये।

**(iv)** अग्र वोल्टता($V_f$) तथा अग्र धारा($I_f$) में ग्राफ बनाईये। वोल्टवा($V_f$) X-अक्ष पर तथा धारा($I_f$) को Y-अक्ष पर लीजिये।

**(v)** इस प्रकार प्राप्त वक्र PN संधि डापोड का अग्र अभिनति अभिलक्षणिक वक्र चित्र 14.3 के अनुसार होगा।

**(b) उत्क्रम अभिनति अभिलक्षणिक वक्र :**

**(i)** चित्र 14.5 के अनुसार परिपथ जोडो। P - N संधि डायोड के P टर्मिनल को चित्रानुसार विभव विभाजक के ऋणाग्र से तथा ष टर्मिनल को धनाग्र से जोड़िये।

**(ii)** धारा नियत्रंक(Rh) की सहायता से उत्तम वोल्टता($V_r$) को 1 वोल्ट करो तथा माइक्रो अमीटर(μA) का पाठयांक नोट कीजिये।

**(iii)** धीरे धीरे धारा नियंत्रक(Rh) की सहायता से उत्क्रम वोल्टता($V_r$) को 6 - 7 वोल्ट तक परिवर्तित कीजिये तथा उत्क्रम वोल्टता के प्रत्येक मान के लिए उत्क्रम धारा($I_r$) के मान को माइक्रो अमीटर द्वारा नोट कीजिये।

**(iv)** उत्क्रम वोल्टता को परिवर्तित कर उपरोक्त प्रक्रिया को तब तक दोहराइये जा तक कि धारा में एकाएक वृद्धि नहीं होने लग जाये।

**(v)** उत्क्रम वोल्टता($V_r$) तथा उत्क्रम धारा($I_r$) के मध्य एक ग्राफ खींचिये। इस हेतु $V_r$ को X-अक्ष पर तथा$I_r$ को Y-अक्ष पर लेना है। प्राप्त वक्र चित्र 14.3 के अनुसार होगा।

## 14.6 प्रेक्षण (Observations)

1 P - N संधि डायोड का नम्बर =

2 डायोड की निर्धारित अधिकतम धारा = .................एम्पियर

3 डायोड की भंजक(Break down) वोल्टता = .................वोल्ट

4 वोल्टमीटर का अल्पतमांक = .................वोल्ट

5 मिली अमीटर का अल्पतमांक = ................. मि. एम्पियर

6 माइक्रो अमीटर का अल्पतमांक = ................. माइक्रोएम्पियर

| **क्र. सं.** | **अग्र अभिनति** | | **उत्क्रम अभिनति** | |
|---|---|---|---|---|
| | **वोल्टता $V_f$ (वोल्ट)** | **धारा $I_r$ (मिली एम्पियर)** | **वोल्टता $V_r$ (वोल्ट)** | **धारा $I_r$ (माइक्रोएम्पियर)** |
| 1. | | | | |
| 2. | | | | |
| 3. | | | | |
| 4. | | | | |
| 5. | | | | |
| 6. | | | | |
| 7. | | | | |
| 8. | | | | |
| 9. | | | | |
| 10. | | | | |
| 11. | | | | |
| 12. | | | | |

## 14.7 गणना व परिणाम (Calculation and result)

**गणना-**

अर्द्ध चालक संधि डायोड के लिए चित्र 14.3 के अनुसार अभिलक्षणिक वक्र खींचिये। इस वक्र से निम्न मान ज्ञात कीजिये।

अग्र स्थैतिक प्रतिरोध

$$R_r = \left(\frac{V_f}{I_f}\right) \text{ ओम}$$

अग्र गतिज प्रतिरोध

$$r_f = \left(\frac{\Delta V_f}{\Delta I_f}\right) \text{ ओम}$$

पश्च स्थैतिक प्रतिरोध

$$R_r = \left(\frac{V_r}{I_r}\right) \text{ ओम}$$

पश्च गतिक प्रतिरोध

$$r_r = \left(\frac{\Delta V_r}{\Delta I_r}\right) \text{ ओम}$$

**परिणाम :** अभिलक्षणिक वक्र चित्र 14.3 के अनुसार है। इन वक्रों से स्पष्ट है कि अग्र अभिनति में अपेक्षाकृत कम वोल्टता से भी अधिक धारा(mA) में जबकि पश्च अभिनति में अधिक वाल्टता पर भी अल्प धारा(μA) में प्राप्त होती है।

अग्र व पश्च प्रतिरोध विभिन्न बिन्दुओं पर क्रमश. ................................ है।

**बोध प्रश्न (Self assessment questions)**

5. अर्द्ध चालकों के कुछ उदाहरण दीजिये।

-------------------------------------------------------------------------------

6. अग्र अभिलक्षणिक वक्र क्या होता है?

-------------------------------------------------------------------------------

-------------------------------------------------------------------------------

7. जीनर वोल्टता क्या होती है?

-------------------------------------------------------------------------------

-------------------------------------------------------------------------------

-------------------------------------------------------------------------------

## 14.8 पूर्वावधान व त्रुटियों के स्रोत (Precautions and sources of errors)

**पूर्वावधान**

**(i)** धारा तथा वोल्टता नापने के लिए उचित परास का अमीटंर तथा वोल्टमीटर उपयोग में लाना चाहिए।

**(ii)** उत्क्रम बायस में बायस वोल्टता($V_r$) को एक सीमा से अधिक नहीं बढ़ाना चाहिए अन्यथा संधि डायोड क्षतिग्रस्त हो जायेगा।

**(iii)** अग्र बायस की अवस्था में धारा नियंत्रक से वोल्टता को अल्प मान से परिवर्तित करना चाहिए।

**(iv)** संयोजन सुदृढ़ होने चाहिए।

**(v)** पैमानों की शून्यांक त्रुटि का प्रयोग शुरू करने से पहले निराकरण कर लेना चाहिए।

**त्रुटियों के स्रोत**

**(i)** पैमानों की शून्यांक त्रुटि का भली भाँति निराकरण न होना।

**(ii)** संयोजन सुद्दढ़ न होने पर सम्पर्क - प्रतिरोध का उत्पन्न होना।

**(iii)** विक्षेप का बहुत कम या पूर्ण पैमाने के 70% से अधिक होना।।

**(iv)** परिपथ में धारा एवं बायस वोल्टता नापने के लिए उपयुक्त परास के मानक उपकरणो

का उपयोग न करना।

## 14.9 सारांश (Summary)

अर्द्ध चालक जमान डायोड के अभिलक्षणिक वक्र चित्र 14.3 में प्रदर्शित कर अग्र व पश्च प्रतिरोध ज्ञात किया गया है

## 14.10 शब्दावली (Glossary)

| | |
|---|---|
| अग्र अभिनति | Forward Bias |
| अवक्षय परत | Depletion layer |
| अर्द्ध चालक | Semi conductor |
| अपद्रव्य | Impurity |
| उत्क्रम अभिनति | Reverse bias |
| कोटर | Hole |
| चालकता | Conductivity |
| ध्रुवता | Polarity |
| दिष्टकारी | Rectifier |
| न्यास पत्र | Data sheet |
| प्रतिरोधकता | Resistivity |
| विसरण | Diffusion |
| विभव रोधिका | Potential barrier |

## 14.11 संदर्भ ग्रन्थ (Reference books)

| | | | |
|---|---|---|---|
| **(a)** | एमपी. सक्सेना<br>पी.आर. सिंह एस.एस.<br>रावत, एन.एस. सक्सेना | "प्रायोगिक भौतिकी पार्ट 1" | कॉलेज बुक हाउस जयपुर |
| **(b)** | भाटवडेकर, दशोरा, चौधरी | "नवीन प्रथम वर्ष प्रायोगिक भौतिकी" | रमेश बुक डिपो, जयपुर |
| **(c)** | ओउम् प्रकाश शर्मा | "भौतिकी प्रयोगशाला मैनुअल" | राष्ट्रीय मुक्त विद्यालयी शिक्षा संस्थान |

## 14.12 बोध प्रश्नों के उत्तर (Answers to self assessment questions)

1. कोटर।
2. इलेक्ट्रॉन।
3. जब P - N संधि डायोड का P क्षेत्र बेटरी के धनाग्र से तथा N क्षेत्र को बेटरी के ऋणाग्र से जोड़ा जाता है तो इस लगाई गई अभिनति को अग्र अभिनति कहते है।

4. जब P-N संधि डायोड का P क्षेत्रे बेटरी के ऋणाग्र से तथा N क्षेत्र को बेटरी के धनाग्र से जोड़ा जाता है तो लगाई गई इस अभिनति को उत्क्रम या पश्च अभिनति कहते है।
5. जर्मेनियम(Ge) सिलीकन(Si)
6. अग्र विभव(V) तथा उसके संगत अग्र धारा(I) में लेखाचित्र को अग्र अभिलक्षणिक वक्र कहते है।
7. उत्क्रम वोल्टता का वह मान जिस पर उत्क्रम धारा का मान यकायक बहुत अधिक हो जाता है जीनर या भंजक वोल्टता कहलाती है।

## 14.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर(Oral questions and answers)

1. ठोस को विद्युत चालन क्षमता के आधार पर कितने भागों में वर्गीकृत कर सकते हैं?

उत्तर- विद्युत चालन क्षमता के आधार पर ठोस को तीन प्रकार से वर्गीकृत कर सकते हैं।

(a) चालक (b) कुचालक (c) अर्द्धचालक

2. अर्द्धचालक किसे कहते है?

उत्तर- अर्द्ध चालक वे पदार्थ होते है जिनकी प्रतिरोधकता चालकों तथा कुचालकों के मध्य $10^8$ से $10^{-1}$ ओम मीटर की कोटि की होती है।

3. ऊर्जा बैण्ड किसे कहतें है?

उत्तर- ठोसों में ऊर्जा स्तरों के समूह को ऊर्जा बैण्ड कहते है।

4. ऊर्जा अन्तराल या बैण्ड अन्तराल किसे कहते है?

उत्तर- वह न्यूनतम ऊर्जा जो इलेक्ट्रॅान को संयोजी बैण्ड से चालन. बैण्ड में स्थानान्तरण के लिए आवश्यक है, ऊर्जा अन्तराल या बैण्ड अन्तराल कहलाता है।

5. अर्द्धचालक कितने प्रकार के होते है ?

उत्तर- अर्द्धचालक दो प्रकार के होते हैं

(a) शुद्ध (b) अर्द्धचालक (c) अशुद्ध (d) अर्द्ध चालक

6. शुद्ध अर्द्ध चालक मिलाने पर उसकी चालकता पर क्या प्रभाव पड़ता है?

उत्तर- शुद्ध अर्द्धचालक में अपद्रव्य मिला देने से उसकी चालकता बढ़ जाती है। -

7. अपद्रव्य अर्द्धचालक कितने प्रकार के होते हे?

उत्तर- अपद्रव्य अर्द्धचालक दो प्रकार के होते हैं

(a) N प्रकार के अर्द्धचालक (b) P प्रकार के अर्द्धचालक

8. N प्रकार का अपद्रव्य अर्द्धचालकू क्या होता है?

उत्तर- शुद्ध अर्द्धचालक में पंचसंयोजी तत्व जैसे P,As, Sb,Bi सा आदि कौए अशुद्धि के रूप में मिलाने पर बनने वाले अपद्रव्य अर्द्धचालक को N प्रकार का अर्द्धचालक कहते है।

9. N प्रकार के अर्द्ध चालक में मुख्य धारावाहक क्या होते हैं?

उत्तर- N प्रकार के अर्द्धचालक में मुख्य धारावाहक इलेक्ट्रॅान होते हैं।

10. कोटर क्या होते हैं?

उत्तर- संयोजी ऊर्जा बैण्ड में मुक्त इलेक्ट्रॅान की कमी को कोटर कहते हैं, ये धनावेशित होते है।

11. P प्रकार के अर्द्ध चालक क्या होते हैं?

उत्तर- शुद्ध अर्द्धचालक में त्रिसंयोजी तत्व जैसे Al,In ,B,Ga आदि को अपद्रव्य के रूप में मिलाने पर बनने वाले अपद्रव्य अर्द्धचालक को P प्रकार का अर्द्धचालक कहते हैं।

12. P प्रकार के अर्द्धचालक में मुख्य धारावाहक क्या होते हैं?

उत्तर- P प्रकार के अर्द्धचालक में मुख्य धारावाहक कोटर होते हैं?

13. P-N संधि अर्द्धचालक क्या होता है?

उत्तर- P व N प्रकार के अर्द्धचालकों को स्पर्श कराने पर बनने वाली युक्ति को P-N संधि अर्द्धचालक कहते हैं।

14. अवक्षय परत या क्षेत्र किसे कहते हैं?

उत्तर- P-N संधि के दोनों ओर उस क्षेत्र को जिसमें मुख्य धारावाहकों का अभाव होता है, अवक्षय परत कहते हैं।

15. अवक्षय परत की मोटाई किस कोटि की होती है ?

उत्तर- $10^{-6}$ मीटर(1 माइक्रोमीटर)

16. अवरोधी विभव(सम्पर्क विभव) किसे कहते हैं?

उत्तर- अवक्षय परत के सिरों के मध्य उत्पन्न विभवान्तर को अवरोधी या सम्पर्क विभव कहते हैं। इसका मान 0.5 से 1.0 वोल्ट के मध्य होता है।

17. P-N संधि पर अभिनति कितने प्रकार से लगाई जा सकती है?

उत्तर- दो प्रकार से P-N संधि पर अभिनति लगाई जा सकती है

(a) अग्र अभिनति (b) उत्क्रम अभिनति

18. अर्द्धचालक्र संधि डायोड के अभिलक्षणिक वक्र क्या होते है?

उत्तर- अर्द्ध चालक संधि डायोड पर लगाये गये अग्र या उत्क्रम विभव तथा संगत धारा में प्राप्त ग्राफ अर्द्धचालक डायोड के अभिलक्षणिक वक्र कहलाते है।

19. विभिन्न प्रकार के संधि डायोडों के नाम बताओ?

उत्तर- (a) जीनर डायोड (b) प्रकाश उत्सर्जक डायोड

(c) फोटो डायोड.(d) सोलर सैल

20. अर्द्धचालकों की चालड़ता परम शून्य ताप पर कितनी होती है?

उत्तर- अर्द्धचालकों की चालकता परम शून्य ताप पर शून्य होती है।

21. अग्र बायस अथवा उत्क्रम बायस की कौनसी व्यवस्था में P-N संधि ड्रायोड का प्रतिरोध अधिक होता है? '

उत्तर- P-N सन्धि डायोड का प्रतिरोध उत्क्रम बायस व्यवस्था में अधिक होता है।

# प्रयोग 15

# किसी धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के अक्ष पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का अध्ययन करना

# (To study the magnetic field produced on the axis of a current carrying circular coil)

**प्रयोग की रूपरेखा**

15.0 उद्देश्य
15.1 प्रस्तावना
15.2 आवश्यक उपकरण
15.3 सिद्धान्त
15.4 परिपथ चित्र
15.5 विधि
15.6 प्रेक्षण
15.7 गणना व परिणाम
15.8 पूर्वावधान एवं त्रुटियों के स्रोत
15.9 सारांश
15.10 शब्दावली
15.11 संधर्भ ग्रन्थ
15.12 बोध प्रश्नों के उतर
15.13 मौखिक प्रश्न व उतर

## 15.0 उद्देश्य (Objectives)

इस प्रयोग को करने के बाद आप

- दिये गये विद्युत परिपथ आरेख के अनुसार विद्युत परिपथ तैयार कर सकेंगे;
- विद्युत परिपथ में धारा को नियंत्रित करने के लिए धारा नियत्रंक का उपयोग अन्य प्रयोगों में भी कर सकेंगे;
- परिपथ में प्रयोग किये गये विभिन्न अवयवों के प्रकार्य को समझ सकेंगे;
- धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कर सकेंगे
- प्रयोग के परिणाम में आने वाली त्रुटि के स्रोतों को जान सकेंगे;
- धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के केन्द्र पर भी चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात कर सकेंगे।

## 15.1 प्रस्तावना (Introduction)

जब किसी चालक में धारा प्रवाहित की जाती है तो चालक के चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है। इस प्रभाव को धारा का चुम्बकीय प्रभाव कहते हैं। धारावाही चालक के चारों ओर जो चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है उसे प्रेरित चुम्बकीय क्षेत्र या चुम्बकीय प्रेरण B कहते हैं। किसी धारावाही वृताकार कुण्डली के अक्ष पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र,का अध्ययन करने के लिए वांछित उपकरण अनुच्छेद 15.2 में बताये गये है। इस हेतु आवश्यक सिद्धान्त एवं सूत्र की विवेचना अनुच्छेद 15.3 में की गई है। इस प्रयोग को करने के लिए अनुच्छेद 15.4 के अनुसार परिपथ चित्र बनाकर अनुच्छेद 15.5 में दर्शायी विधि के अनुसार प्रयोग करते है तथा अनुच्छेद 15.6 में दर्शायी प्रेक्षण सारणी में प्रेक्षण लिखते हैं। अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की गणना के विविध पद अनुच्छेद 15.7 में बताये गये हैं। वृत्ताकार कुण्डली के अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र के अध्ययन हेतु x व tanθ में ग्राफ खीचां गया है। पूर्वावधान व त्रुटियों के स्रोत अनुच्छेद 15.8 में बताये गये है तथा मौखिक प्रश्न व उत्तर अनुच्छेद 15.13 में दिये गये हैं।

## 15.2 आवश्यक उपकरण (Apparatus required)

स्टीवर्ट एवं गी स्पर्शज्या गैल्वनोमीटर, संचायक सेल, धारा नियत्रंक, अमीटर, कुंजी, $^{\text{कम्प्यूटेटर}}$ इत्यादि।

## 15.3 सिद्धान्त (Theory)

A मीटर त्रिज्या वाली तथा n फेरों वाली किसी वृत्ताकार कुण्डली में i एम्पियर विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है तब कुण्डली के अक्ष पर कुण्डली के केन्द्र से x दूरी पर स्तिथ किसी बिन्दु पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता B का मान होता है

$$B = \frac{\mu_o nia^2}{2(a^2 + x^2)^{3/2}} \qquad \text{...(15.1)}$$

यहाँ $\mu_o$ निर्वात की चुम्बकशीलता है।

समीकरण(15.1) से स्पष्ट है कि x में वृद्धि के साथ साथ चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता B का मान घटता है। x = 0 पर चुम्बकीय क्षेत्र का अधिकतम मान $B = \frac{\mu_o ni}{2a}$ वेबर/मी$^2$ होता है जबकि x= ∞ पर B का मान शून्य हो जाता है।कुण्डली के केन्द्र के समीप B का मान लगभग स्थिर रहता है। x के साथ B के परिवर्तन की दर x के विभिन्न मानों के लिए अलग होती है परन्तु $x = \pm\frac{a}{2}$ (नति परिवर्तन बिन्दु) के निकट मानों के लिए यह नियत रहती है।

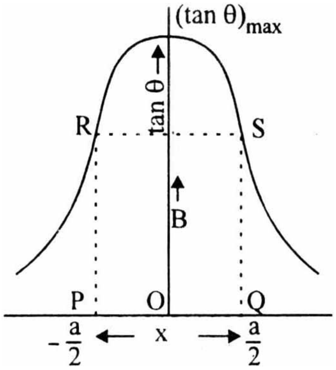
जब कुण्डली को चुम्बकीय याम्योत्तर में रखा जाता है तो चुम्बकीय सूई पर दो लम्बवत् चुम्बकीय क्षेत्र(धारावाही कुण्डली के कारण चुम्बकीय क्षेत्र B तथा पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक H) कार्य करते हैं तथा सुई के संतुलन की स्थिति में स्पर्शज्या नियम से

$$B = H \tan \theta \qquad \text{...(15.2)}$$

अत: समीकरण(15.1) व(15.2) से

$$B = \frac{\mu_o n i a^2}{2(a^2 + x^2)^{3/2}} = H tan\theta$$

चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता B तथा दूरी x के बीच में ग्राफ खींचने की जगह स्टीवर्ट तथा गी स्पर्शज्या गैल्वनोमीटर की सहायता से कम्पास बाक्स के सुई के माध्य विक्षेप θ के स्पर्शज्या का मान(tanθ) तथा दूरी x के बीच में ग्राफ खींचते हैं जिसका स्वरूप नीचे दर्शाये अनुसार आता है।



**चित्र 15.1 चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का दूरी के साथ परिवर्तन**

**बोध प्रश्न (Self assessment questions)**

1. धारा का चुम्बकीय प्रभाव किसे कहते हैं?

----------------------------------------------------------------------------------

----------------------------------------------------------------------------------

----------------------------------------------------------------------------------

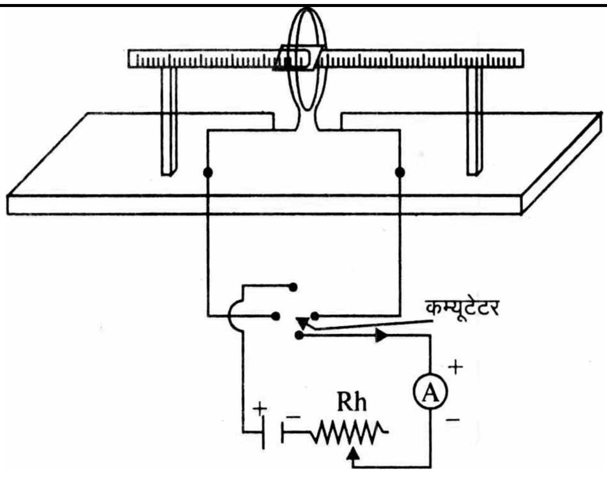
2. किसी धारावाही कुण्डली के अक्ष के किस बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का मान अधिकतम होता है? अधिकतम तीव्रता का मान कितना होता है?

----------------------------------------------------------------------------------

----------------------------------------------------------------------------------

----------------------------------------------------------------------------------

## 15.4 परिपथ चित्र (Circuit diagram)



**चित्र 15.2 स्टीवर्ट एवं गी स्पर्शज्या गैल्वनोमीटर**

## 15.5 विधि (Method)

(i) कम्पास बाक्स को लेबल करने के लिए स्प्रिट लेवल काम में लाते है। स्पर्शज्या धारामापी में लगे चुम्बक, चुम्बक की परछांई तथा कुण्डली तीनों को एक ही सीध में करते हैं जिससे कुण्डली चुम्बकीय याम्योत्तर में हो जाती है। इसकी जाँच करने के लिए कुण्डली में धारा एक दिशा में प्रवाहित कर विक्षेप देखते है। कुण्डली के चुम्बकीय याम्योत्तर में होने पर दोनों स्थितियों में उत्पन्न विक्षेप का मान समान होगा।

(ii) चित्र 15.2 के अनुसार स्पर्शज्या गैल्वनोमीटर का संयोजन कर विधुत धारा प्रवाहिंत कीजिये। विधुत धारा का मान धारा नियत्रंक की सहायता से इस प्रकार समायोजित करे ताकि उत्पन्न विक्षेप का मान $70^{o}$ से ज्यादा नहीं हो। प्रवाहित की गई विधुत धारा का मान नोट कर लीजिये। इसी धारा को पूरे प्रयोग में प्रवाहित करना है। धारा को नियत रखने हेतु धारा नियत्रंक का उपयोग किया जा सकता है।

(iii) सर्वप्रथम कम्पास बॉक्स को वृत्ताकार कुण्डली के केन्द्र पर रखकर किसी एक दिशा में धारा प्रवाहित कीजिये तथा संकेतक के दोनों सिरे से विक्षेप को नोट कीजिये। विक्षेप नोट करने के बाद दिक् परिवर्तक की सहायता से धारा विपरीत दिशा में प्रवाहित कर पुन: संकेतक के दोनो सिरों से विक्षेप नोट कीजिये।

(iv) अब कम्पास बॉक्स को वृत्ताकार कुण्डली के केन्द्र से बांई तरफ या दांई तरफ एक निश्चित दूरी 2 सेमी अथवा 3 सेमी तक सरकाकर उसकी स्थिति को प्रेक्षण सारणी में नोट कर लीजिये। अब कुण्डली में धारा एक दिशा में प्रवाहित कर संकेतक के दोनों सिरो से विक्षेप नोट कीजिये। पुन: धारा विपरीत दिशा में प्रवाहित कर संकेतक के दोनों सिरो से विक्षेप सारणी में नोट कीजिये।

(v) बिन्दु संख्या(iii) व(iv) में बताये अनुसार कम्पास बॉक्स को कुण्डली के अक्ष पर विभिन्न स्थितियों में रखकर विक्षेप को प्रेक्षण सारणी में नोट कीजिये। जब विक्षेप में परिवर्तन बहुत तेजी से होने लगे तब कम्पास बॉक्स को 1 सेमी के अन्तराल से ही विस्थापित कीजिये।

(vi) अब कम्पास बॉक्स को कुण्डली के दूसरी तरफ रखकर ऊपर बताये अनुसार पुन: संकेतक के दोनों सिरों से विक्षेप पढिये।

(vii) प्रत्येक प्रेक्षण के लिए माध्य $\theta$ ज्ञात कीजिये तथा स्पर्शज्या सारणी से $\tan \theta$ I का मान ज्ञात कीजिये।

(viii) कुण्डली के केन्द्र से दूरी $x$ तथा $\tan \theta$ के बीच ग्राफ खीचिये। यह ग्राफ चित्र 13.1 में प्रदर्शित है।

(ix) ग्राफ के वक्र के दोनों शाखओं के लिए नति परिवर्तन बिन्दुओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिये जो कुण्डली की त्रिज्या के बराबर होती है।

**बोध प्रश्न (Self assessment questions)**

3. चुम्बकीय याम्योत्तर किसे कहते हैं ?

------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------

4. कुण्डली को चुम्बकीय याम्योत्तर में क्यों रखा जाता है ?

--------------------------------------------------------------------------------

--------------------------------------------------------------------------------

--------------------------------------------------------------------------------

## 15.6 प्रेक्षण (Observations)

कुंडली से प्रवहित धारा(i) = ........एम्पियर

| क्र.सं. | कुंडली के केंद्र से,अक्ष के अनुदिश चुम्बकीय सुई (कम्पास बाक्स) की दूरी x (मीटर) | कम्पास बाक्स जब दाहिनी तरफ हो | | | | | | कम्पास बाक्स जब बाई तरफ हो | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | विक्षेप(डिग्री में) | | | | | | विक्षेप(डिग्री में) | | | | | |
| | | धारा की एक दिशा के लिए | | धारा की विपरीत दिशा के लिए | | माध्य | **tan**θ | धारा की एक दिशा के लिए | | धारा की विपरीत दिशा के लिए | | माध्य | **tan**θ |
| | | I | II | I | II | | | I | II | I | II | | |
| | **0** | | | | | | | | | | | | |
| | **0.02** | | | | | | | | | | | | |
| | **0.04** | | | | | | | | | | | | |
| | **;;** | | | | | | | | | | | | |
| | **;;** | | | | | | | | | | | | |
| | **0.1** | | | | | | | | | | | | |
| | **0.11** | | | | | | | | | | | | |
| | **0.12** | | | | | | | | | | | | |
| | **0.13** | | | | | | | | | | | | |
| | **0.14** | | | | | | | | | | | | |
| | **0.15** | | | | | | | | | | | | |
| | **;;** | | | | | | | | | | | | |
| | **;;** | | | | | | | | | | | | |
| | **0.2** | | | | | | | | | | | | |
| | **0.22** | | | | | | | | | | | | |
| | **0.24** | | | | | | | | | | | | |
| | **0.26** | | | | | | | | | | | | |
| | **0.28** | | | | | | | | | | | | |
| | **0.3** | | | | | | | | | | | | |

## 15.7 गणना व परिणाम (Calculation and result)

**गणना**

कुण्डली के केन्द्र से दूरी x तथा tanθ अर्थात चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता के मान के बीच एक ग्राफ खींचिये।

**परिणाम**

किसी धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के केन्द्र से दूरी के साथ चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता के परिवर्तन को ग्राफ 15.1 में प्रदर्शित किया गया है।

## 15.8 पूर्वावधान व त्रुटियों के स्रोत (Precautions and sources of errors)

**पूर्वावधान**

(i) वृत्ताकार कुण्डली में स्थित चुम्बक, चुम्बक की परछांई तथा कुण्डली का तल एक सीध में होना चाहिए जिससे वृत्ताकार कुण्डली चुम्बकीय याम्योत्तर में हो जायेगी।

(ii) जिस स्थान पर उपकरण रखा हुआ है उसके आस पास कोई चुम्बकीय पदार्थ या धारावाही तार स्थित नहीं होना चाहिए।

(iii) विक्षेप का यथार्थ मान ज्ञात करने के लिए संकेतक के दोनों सिरों का पाठयांक पढ़ना चाहिए।

(iv) विधुत धारा का मान वामावर्त दिशा तथा दक्षिणावर्त दिशा दोनों में प्रवाहित कर विक्षेप का मान लेना चाहिए।

(v) वृत्ताकार कुण्डली में प्रवाहित विद्युत धारा का मान पूरे प्रयोग में स्थिर रहना चाहिए। वृत्ताकार कुण्डली में प्रवाहित(vi)विद्युत धारा का मान इतना होना चाहिए ताकि कुण्डली के केन्द्र पर रखे कम्पास बॉक्स में $70^o$ से ज्यादा विक्षेप नहीं हो।

**त्रुटियों के स्रोत**

(i) उपकरण के आस पास कोई चुम्बकीय पदार्थ या धारावाही तार स्थित हो।

(ii) प्रवाहित विद्युत धारा का मान पूरे प्रयोग में नियत नहीं हो।

(iii) कुण्डली का तल चुम्बकीय याम्योत्तर में नहीं हो।

(iv) विक्षेप का मान वामावर्त तथा दक्षिणावृत दोनों अवस्थाओं में धारा प्रवाहित करके न निकाला गया हो।

(v) कम्पास बॉक्स में उत्पन्न विक्षेप का मान $70^o$ से कम नहीं रखा गया हो।

(vi) चुम्बकीय सुई एवं कीलक के मध्य घर्षण हो।

(vii) कम्पास बाक्स ठीक कुण्डली के केन्द्र पर न हो।

## 15.9 सारांश (Summary)

किसी धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के अक्ष के विभिन्न बिन्दुओं पर भिन्न भिन्न चुम्बकीय क्षेत्र होता है।

## 15.10 शब्दावली (Glossary)

| | |
|---|---|
| अक्ष | Axis |
| कीलित | Pivoted |
| कुण्डली | Coil |
| चुम्बकीय क्षेत्र | Magnetic field |
| चुम्बकीय याम्योत्तर | Magnetic meridian |
| प्रेरित | Induced |
| नति परिवर्तन | Inflection |
| संकेतक | Pointer |
| विक्षेप | Deflection |
| त्रिज्या | Radius |

## 15.11 संदर्भ ग्रन्थ (Reference books)

| | | |
|---|---|---|
| एमपी. सक्सेना, पी.आर.सिंह | "प्रायोगिक भौतिकी' | कॉलेज बुक हाउस जयपुर |
| एसएस. रावत, एन.एस.सक्सेना, सरदार सिंह | बी एससी पार्ट II | |
| एमपी. सक्सेना, पी.आर.सिंह | "प्रायोगिक भौतिकी' | कॉलेज बुक हाउस जयपुर |
| एस. एस. रावत, एन.एस.सक्सेना | बी एससी पार्ट I | |
| एम. जी. भाटवडेकर, टी.एल .दशोरा एस. एस. चौधरी | "प्रथम वर्ष भौतिकी' | रमेश बुक डिपो, जयपुर |

## 15.12 बोध प्रश्नों के उत्तर (Answers to self assessment questions)

1. जब किसी चालक में धारा प्रवाहित की जाती है तो चालक के चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है। इस प्रभाव को धारा का चुम्बकीय प्रभाव कहते हैं।
2. कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का मान अधिकतम होता है। इसका मान निम्न सूत्र से प्रदर्शित होता है।

$$B_{max} = \frac{\mu n i}{2a}$$

3. वह ऊर्ध्वाधर तल जिसमें स्वतन्त्रतापूर्वक लटका हुआ चुम्बक साम्यावस्था में रहता है चुम्बकीय याम्योत्तर कहलाता है।
4. जब कुण्डली को चुम्बकीय याम्योत्तर में रखते है तो कम्पास बॉक्स की चुम्बकीय सुई पर दो लम्बवत् चुम्बकीय क्षेत्र एक धारावाही कुण्डली के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र B तथा दूसरा पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक H कार्य करते है। संतुलन की अवस्था में स्पर्शज्या का नियम उस पर लागू होता है अर्थात

$$B = H \tan\theta$$

## 15.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर (Oral questions and answers)

1. स्पर्शज्या नियम क्या है?

उत्तर- यदि किसी चुम्बक को दो परस्पर लम्बवत् सम चुम्बकीय क्षेत्रों में स्वतन्त्रतापूर्वक लटकाया जाये तो संतुलन की अवस्था में विक्षेपित कोण की स्पर्शज्या दूसरे चुम्बकीय क्षेत्र B तथा प्रथम चुम्बूकीय क्षेत्र H के अनुपात के बराबर होती है। इसे स्पर्शज्या का नियम(Tangent law) कहते है अर्थात्

$$B = H \tan\theta$$

2. स्पर्शज्या नियम के क्या सीमा बन्धन है ?

उत्तर- दोनों चुम्बकीय क्षेत्र परस्पर लम्बवत् एवं समरूप हो तथा एक ही तल में कार्यरत हो।

3. स्पर्शज्या धारामापी में चुम्बकीय सुई छोटी एवं संकेतक लम्बा क्यों लेते है ?

उत्तर- कुण्डली के केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र एक सीमित क्षेत्र में ही समरूप चुम्बकीय क्षेत्र होता है।अत: चुम्बकीय सुई तभी एक समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में मुक्त रूप से घूर्णन कर सकेगी जबकि वह छोटी हो। संकेतक लम्बा होने से विक्षेप यथार्थता से पढ़ सकेंगे।

4. संकेतक किस धातु का बना होता है और क्यों?

उत्तर- संकेतक एल्यूमिनियम का बना होता है क्योंकि यह एक हल्का अचुम्बकीय पदार्थ है।

5. कुण्डली को चुम्बकीय याम्योतर में समायोजित करना क्यों आवश्यक है '

उत्तर- जिससे कुण्डली के केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र B पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज घटक H के लम्बवत् हो जाये।

6. यह कैसे जाँच करोगे कि कुण्डली चुम्बकीय याम्योत्तर में है?

उत्तर- कुण्डली में धारा एक बार दक्षिणावर्त दिशा में तथा दूसरी बार वामावर्त दिशा में प्रवाहित करके संकेतक का विक्षेप देखते हैं। यदि -दोनों बार विक्षेप बराबर है तो कुण्डली चुम्बकीय याम्योत्तर में होगी।

7. कम्पास बॉक्स में समतल दर्पण का क्या उपयोग है ?

उत्तर- समतल दर्पण लगा होने से संकेतक के विक्षेप की स्थिति यथार्थता से ज्ञात कर सकते हैं।

8. यदि धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के समीप अमीटर रख दिया जाये तो क्या होगा?

उत्तर- अमीटर में शक्तिशाली चुम्बक लगा रहता है इसके कारण सुई के विक्षेप में अन्तर आयेगा।

9. प्रेरित चुम्बकीय क्षेत्र या चुम्बकीय प्रेरण क्या होता है?

उत्तर- धारावाही चालक के चारों ओर उत्पन्न चुम्बकीय क्षैत्र प्रेरित चुम्बकीय क्षैत्र या चुम्बकीय प्रेरण कहलाता है।

10. चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता की इकाई क्या होती है?

उत्तर- M.K.S. पद्धति में - वेबर/मी$^2$ या टेसला

C.G.S. पद्धति में - मेक्सवेल/सेमी$^2$ या गाऊस

[1 टेसला = 1 वेबर/मी$^2$ = 10.4 मेक्सवेल/सेमी$^2$ = 10$^4$ गाऊस]

11. नति परिवर्तन बिन्दु क्या होते हैं ?

उत्तर- चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता B तथा कुण्डली के केन्द्र से दूरी x के बीच ग्राफ से प्राप्त वक्र के जिन बिन्दुओं पर वक्र का चिन्ह परिवर्तित होता है, उन बिन्दुओं को नति परिवर्तन बिन्दु(Point of inflexion) कहते हैं।

12. बिओ - सावर्त का क्या नियम हैं?

उत्तर- किसी चालक में धारा प्रवाहित करने से किसी बिन्दु पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता $\Delta I, I, I sin\theta$ के अनुक्रमानुपाती तथा दूरी(r) के वर्ग के व्युत्क्रमनुपाती होती है अर्थात्

$$\Delta B \propto \frac{I \Delta l sin\theta}{r^2}$$

13. इस प्रयोग में कम्यूटेटर का क्या प्रकार्य है?

उत्तर- इसका उपयोग कुण्डली में धारा की दिशा को विपरीत करने के लिए काम में लाया जाता है।

14. वक्र के दोनों नति परिवर्तन बिन्दुओं के बीच की दूरी कितनी होती है ?

उत्तर- B-x वक्र के दोनों परिवर्तन बिन्दुओं के बीच की दूरी कुण्डली की त्रिज्या के बराबर होती है

15. किसी धारावाही कुण्डली के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र क्या एक समान चुम्बकीय क्षेत्र होता है ?

उत्तर- किसी धारावाही कुण्डली के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र नहीं होता है क्योंकि अक्ष पर स्थित भिन्न भिन्न बिन्दुओं पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का मान दूरी के साथ परिवर्तित होता है।

16. एकसमान चुन्द्रकीय क्षेत्र किस प्रकार उत्पन्न किया जाता है ?

उत्तर- एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र हेल्महोल्टज कुण्डलियों का उपयोग कर उत्पन्न किया जाता है। हेल्महोल्टज कुण्डलियॉ एक ऐसी व्यवस्था है जिसमें दो समान कुण्डलियाँ परस्पर समान्तर उनकी त्रिज्या के बराबर दूरी पर रखी जाती है तथा उनमें समान व एक ही दिशा में धारा प्रवाहित की जाती है। कुण्डलियों के मध्य क्षेत्र में अक्ष के अनुदिश एवं समान चुम्बकीय क्षेत्र प्राप्त होता है जो एकसमान होता है।

# प्रयोग 16

# किसी R-C परिपथ में दिष्ट धारा स्त्रोत द्वारा संधारित्र के आवेशन तथा निरावेशन का अध्ययन करना

# (To study the charging and discharging of a capacitor in a R-C circuit using a D.C. source)

**प्रयोग की रूपरेखा**

16.0 उद्देश्य
16.1 प्रस्तावना
16.2 आवश्यक उपकरण
16.3 सिद्धान्त
16.4 चित्र
16.5 विधि
16.6 प्रेक्षण
16.7 गणना व परिणाम
16.8 पूर्वावधान एवम् त्रुटियों के स्रोत
16.9 सारांश
16.10 शब्दावली
16.11 संदर्भ ग्रन्थ
16.12 बोध प्रश्नों के उत्तर
16.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर

## 16.0 उद्देश्य (Objectives)

इस प्रयोग को करने के बाद आप

- दिष्ट धारा स्रोत की उपस्थिति में संधारित्र की आवेशन व निरावेशन प्रक्रिया को समझ सकेंगे;
- परिपथ का समय नियतांक ज्ञात कर सकेंगे।

## 16.1 प्रस्तावना (Introduction)

यदि किसी विद्युत परिपथ में एक संधारित्र लगा हो तो उसका व्यवहार दिष्ट धारा स्रोत एवं प्रत्यावर्ती धारा स्रोत की उपस्थिति में समान नहीं होता है। दिष्ट धारा स्रोत की उपस्थिति में प्रवाहित धारा व संधारित्र की प्लेटों के बीच वोल्टता समान कला में होती है। इसके विपरीत प्रव्यावर्ती धारा स्त्रोत की उपस्थिति में प्लेटों के मध्य वोल्टता व प्रवाहित धारा एक ही कला(phase) में नहीं होते हैं। वास्तव में वोल्टता धारा से कला में $\pi/2$ कोण से पीछ़ होती है। दिष्ट धारा स्रोत की उपस्थिति में संधारित्र

एक अधिकतम वोल्टता तक आवेशित होता है और स्रोत को परिपथ से हटा देने पर यह निरावेशित होता है। इसकी विस्तृत व्याख्या हम यहाँ करेंगे।

संधारित्र के आवेशन व निरावेशन को समझने से पहले यह जानना भी आवश्यक है कि संधारित्र किसे कहते हैं। दो चालक पट्टिकाओं की इस प्रकार की व्यवस्था, कि उनके आवेशित होने से प्लेटों के मध्य विभवांतर उत्पन्न हो जाये, को संधारित्र कहते हैं। प्लेटों के मध्य वायु या कोई परावैद्युत पदार्थ सामान्यतया रखा जाता है। प्लेटों के मध्य उत्पन्न विभवांतर(V) एक वोल्ट हो तो प्लेटों पर विद्यमान इस आकिक आवेश(Q) की मात्रा को संधारित्र की धारिता(C) कहते हैं।

$$Q = CV$$

यदि $V = 1$ वोल्ट हो तो $Q = C$

धारिता की इकाई फैरड(farad) होती है। संधारित्र की धारिता प्लेटों के क्षेत्रफल, उनके मध्य दूरी व उनके मध्य उपस्थित माध्यम की प्रकृति पर निर्भर करती है।

**बोध प्रश्न (Self assessment questions)**

1 किसी संधरित्र की धारिता एक फैरड कब होती है?

------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------

2 एक माइक्रो फैरड व एक पिको फैरड कितने फैरड के तुल्य हैं ?

------------------------------------------------------------------------------

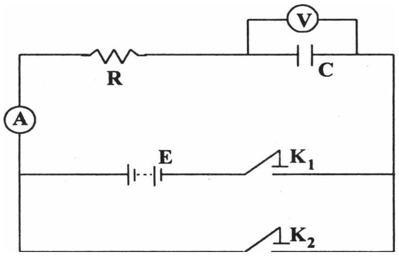
## 16.2 आवश्यक उपकरण (Apparatus required)

भिन्न मानों के संधारित्र व प्रतिरोध अवयव, वोल्टमीटर, अमीटर जिसमें शून्य धारा की स्थिएति उसके पैमाने के मध्य में हो, कुंजी, विराम घड़ी बैटरी आदि। आजकल ऐसे बोर्ड उपलब्ध होते हैं जिनमें ये सभी अवयव व उपकरण लगे होते हैं और उन्हे केवल तारों(wires)से जोड़ा जाता है।

## 16.3 सिद्धान्त (Theory)

**(a) संधारित्र का आवेशन** - एक प्रतिरोध(R) व एक संधारित्र(C) यदि मोर्स कुंजियों $K_1$ व $K_2$ की उपस्थिति में एक दिष्ट धारा स्त्रोत(E) से श्रेणी क्रम में जुड़े हैं तब मोर्स कुंजी $K_2$ को खुला रख कर और मोर्स कुंजी $K_1$ को दबाने पर परिपथ में धारा प्रवाहित होती है। परिणाम स्वरूप संधारित्र आवेशित होने लगता है। यदि किसी समय 't' पर परिपथ में प्रवाहित धारा I के कारण संधारित्र पर Q आवेश संग्रहित हो तो प्रतिरोध के सिरों व संधारित्र के सिरो पर वोल्टता के योग का मान बैटरी वोल्टता के बराबर होगा अर्थात्

$$E = V_R + V_C = IR + \frac{Q}{C} \qquad ...(16.1)$$



**चित्र 16.1**

जब संधारित्र अधिकतम आवेश $Q_0$ तक आवेशित हो जायेगा तो परिपथ में धारा का मान शून्य हो जायेगा और आरोपित वोल्टता का मान प्लेटों के मध्य वोल्टता के बराबर हो जायेगा अर्थात्

यहाँ यह बताना उचित है कि प्रतिरोध के सिरों पर उत्पन्न वोल्टता उसमें से प्रवाहित धारा व प्रातरोध के मान के गुणनफल के तुल्य होती है। इसी प्रकार संधारित्र के सिरो पर हिमवांतर का मान सधारित्र पर स्थित आवेश व सधारित्र की धारिता के अनुपात(Q/C) के तुल्य होता है।

$$E = V_c = \frac{Q}{C} \qquad ...(16.2)$$

समी.(16.1) व(16.2) से

$$\frac{Q_o}{C} = IR + \frac{Q}{C} = \frac{dQ}{dt}R + \frac{Q}{C}$$

या
$$Q_o - \frac{Q}{C} = \frac{dQ}{dtR} \qquad ..(16.3)$$

या
$$\frac{dQ}{Q_o} - Q = \frac{1}{RC}dt$$

या
$$log(Q_o - Q) = -\frac{t}{RC} + A \text{ (नियतांक)} \qquad ...(16.4)$$

समय t = 0 पर संधारित्र पर उपस्थित आवेश Q का मान शून्य है अर्थात्

$$\log Q_o = A \qquad ...(16.5)$$

समी. (16.5) को(16.4) में प्रतिस्थापित करने पर

$$log(Q_o - Q) = -\frac{t}{RC} + logQ_o$$

$$\Rightarrow log\frac{(Q_o - Q)}{Q_o} = -\frac{t}{RC} \qquad \left[\therefore logA - logB = log\frac{A}{B}\right]$$

$$\Rightarrow (Q_o - Q)/Q_o = e^{-t/RC}$$

$$\Rightarrow Q = Q_o(1 - e^{-t/RC}) \qquad ...(16.6)$$

RC का मान स्थिर है। 't' के मान में वृद्धि से $e^{-t/RC}$ का मान चरघातांकी रूप में कम होता है। परिणाम स्वरूप $(1 - e^{-t/RC})$का मान या Q का मान चरघातांकी रूप से बढ़ता है। 'RC ' को परिपथ का समय नियतांक(time constant) कहते हैं व इसे $\tau$ से व्यक्त करते है। यदि t = $\tau$ = RC हो तो$(1 - e^{-1})$ का मान 0.63 होगा या

$$Q = 0.63$$

अर्थात् समय नियतांक उस समय के तुल्य होता है जिसमें संधारित्र पर आवेश शून्य से बढ़ कर अधिकतम आवेश $Q_0$ का 63% हो जाता है। R व C का मान इस प्रकार संमजित किया जाता है कि RC का मान न बहुत कम हो और न बहुत अधिक हो RC का मान बहुत कम होने से आवेशन

इतना जल्दी हो जायेगा कि पर्याप्त पाठ्यांक ले पाना संभव नहीं हो पायेगा जब कि RC का मान बहुत अधिक होने से अधिकतम आवेशन में अत्यधिक समय लगेगा। प्रयोग के समय इसको लगभग 100 सेकण्ड नियत करना पर्याप्त होता है।

समी.(16.6) का 't' के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{Q_o}{RC} e^{-t/RC} \qquad \left( \because \frac{dQ_o}{dt} = 0 \right)$$

आवेश के प्रवाह की दर धारा के तुल्य होती है या

$$\frac{dQ}{dt} = I$$

तथा $\frac{Q_o}{RC} = I_o$ प्रवाहित धारा के अधिकतम मान को व्यक्त करता है। अत:

$$I = I_o\ e^{-t/RC} \qquad ...(16.7)$$

उपरोक्त समीकरण यह व्यक्त करता है कि आवेशन के समय धारा का मान चरघातांकी रूप से कम. होता है और समय नियतांक(t = RC) के बराबर समय में धारा का मान(I) अधिकतम धारा($I_o$) का( 1/e) भाग अर्थात् 36.8% रह जाता है।

**(b) संधारित्र का निरावेशन -**

परिपथ चित्र 16.1 में लगी मोर्स कुंजी $K_1$ को खोल दें व $K_2$ को दबायें तो बैटरी E की अनुपस्थित में एवं प्रतिरोध R की उपस्थिति में संधारित्र निरावेशित होता है। प्रारंभ में संधारित्र के सिरों पर वोल्टता अधिकतम(= E) होती है। इसी प्रकार संधारित्र पर आवेश भी अधिकतम(=Q = CE) होता है।पूर्ण अनावेशन होने की स्थिति में E का मान शून्य हो जायेगा। अत: अनावेशन की स्थिति में t = 0 पर Q = $Q_o$ = EC होगा। समी.(16.1) से

$$\because V_R + V_C = IR + \frac{Q}{C} = 0 \qquad ...(16.8)$$

$$\therefore I = -\frac{Q}{RC} \quad \text{या} \quad \frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{RC}dt \qquad ...(16.9)$$

समी.(16.9) का समाकलन करने पर

$$\int \frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{RC}\int dt$$

$$log\ Q = -\frac{t}{RC} + B \text{ (नियतांक)} \qquad ...(16.10)$$

$\because$ t = 0 पर Q = $Q_o$

अत: समी.(16.10) से

B = log $Q_o$

अत: $logQ = -\frac{t}{RC} + logQ_o$

$$\text{या} \quad \frac{logQ}{Q_o} = e^{-t/RC} \qquad ...(16.11)$$

या $\frac{Q}{Q_o} = e^{-t/RC}$

या $Q = Q_o\ e^{-t/RC}$ ...(16.11)

निरावेशन की स्थिति में आवेश चरघातांकी रूप से कम होता है व $t = RC$ समय बाद वह अधिकतम आवेश($Q_o$) का(1/e) या 36.8% रह जाता है।

160 प्रायोगिक भौतिकी

समी.(16.11) का t के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q_o}{RC} e^{-t/RC}$$

या $I = I_o\ e^{-t/RC}$ ...(16.12)

निरावेशन के समय धारा भी चारघातांकी रूप से घटती है व उस दिशा में प्रवाहित होती है कि संधारित्र पर आवेश घटकर शून्य हो जाये।

**बोध प्रश्न (Self assessment questions)**

3. RC का मान प्रयोग के समय लगभग कितना लेना उचित होता है ?

--------------------------------------------------------------------------------

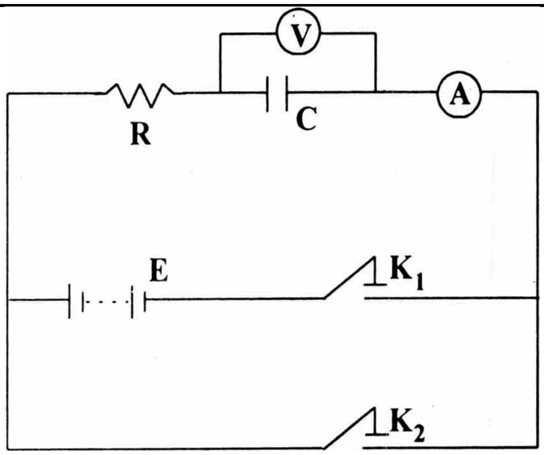
4. आवेशन अथवा निरावेशन के समय धारा का व्यवहार कैसा होता है ?

--------------------------------------------------------------------------------

5. परिपथ अवयवों के साथ अमीटर व वोल्टमीटर किस प्रकार लगाते हैं?

--------------------------------------------------------------------------------

## 16.4 परिपथ चित्र(Circuit diagram)



**चित्र 16.2**

## 16.5 विधि (Method)

(i) चित्र 16.2 में बताये अनुसार परिपथ जोडिये। R व C के मानों को इस प्रकार चुनिये कि RC का मान लगभग 100 सेकण्ड रहे, जैसे R = 50 kΩ व C = 2200 μF।

यदि उचित संधारित्र व प्रतिरोध उपलब्ध न हो तो भिन्न मानों के संधारित्र समांतर क्रम में तथा प्रतिरोध श्रेणी क्रम में जोड़ कर यह स्थिति प्राप्त की जा सकती है।

(ii) मोर्स कुंजी $K_2$ को खुला रखते हुए $K_1$ को दबाते हैं तथा विराम घड़ी की सहायता से प्रति 10 सेकण्ड बाद वोल्टमीटर V का पाठ्यांक लेते रहते हैं। इस . क्रम को तब तक करते हैं जब तक कि वोल्टमीटर का पाठ्यांक बढ़ते-बढ़ते स्थिर न हो जाये।

(iii) अब मोर्स कुंजी $K_1$ को खुला रख कर $K_2$ को दबाते हे जिससे बैटरी का संबंध परिपथ से समाप्त हो जाता है और संधारित्र निरावेशित होने लगता है। इस स्थिति में भी विराम घड़ी की सहायता से प्रत्येक 10 सेकण्ड बाद वोल्टमीटर का पाठ्यांक लेते जाते हैं।

(iv) इस संपूर्ण प्रक्रिया को दोहराते हुए प्रति 10 सेकण्ड बाद धारा का मान अमीटर की सहायता से पढ़ते जाते हैं।

(v) R व C के भिन्न-भिन्न मानों के लिये इन प्रक्रियाओं को दोहराते हुए दो या तीन सेट बना लेते हैं।

(vi) परिपथ में प्रवाहित आवेश का मान $Q = CV_c$ द्वारा ज्ञात किया जाता है। यहाँ Vc संधारित्र के किनारों पर विभवांतर है।

(vii) (V व t),(I व t) एवं(Q व t) के मध्य आलेख आवेशन व निरावेशन की स्थिति में एक ही ग्राफ पर आलेखित करते हैं।

(viii) (I व t) आवेशन आलेख द्वारा धारा I का मान समय के जिस मान पर अधिकतम धारा का 36.8% हो जाये उसे ज्ञात कीजिए। यह मान प्रतिरोध व धारिता के मानों के गुणनफल(RC) अथवा समय नियतांक के बराबर आयेगा।

## 16.6 प्रेक्षण (Observations)

**(a) आवेशन की स्थिति मैं :**

| क्र. सं. | समय 't' (सेकण्ड) | R = ..........kΩ<br>C = .........μF<br>RC = .........सेकण्ड<br>$V_C$ (वोल्ट) | $I_C$ (मिली एम्पि) | $Q = CV_C$ (कूलाम) | R = ..........kΩ<br>C = .........μF<br>RC = .........सेकण्ड<br>$V_C$ (वोल्ट) | $I_C$ (मिली एम्पि) | $Q = CV_C$ (कूलाम) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | | | | | | |
| 2 | 10 | | | | | | |
| 3 | 20 | | | | | | |
| 4 | 30 | | | | | | |
| 5 | 40 | | | | | | |
| 6 | : | | | | | | |
| 7 | : | | | | | | |
| 8 | : | | | | | | |

**(b) निरावेशन की स्थिति में :**

| क्र. सं. | समय 't' (सेकण्ड) | R = ...........kΩ<br>C = ..........μF<br>RC = .........सेकण्ड | | | R = ...........kΩ<br>C = ..........μF<br>RC = .........सेकण्ड | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $V_C$ (वोल्ट) | $I_C$ (मिली एम्पि) | $Q = CV_C$ (कूलाम) | $V_C$ (वोल्ट) | $I_C$ (मिली एम्पि) | $Q = CV_C$ (कूलाम) |
| 1 | 0 | | | | | | |
| 2 | 10 | | | | | | |
| 3 | 20 | | | | | | |
| 4 | 30 | | | | | | |
| 5 | 40 | | | | | | |
| 6 | : | | | | | | |
| 7 | : | | | | | | |
| 8 | : | | | | | | |

## 16.7 गणना व परिणाम (Calculation and result)

**गणना**

(i) किसी मान के लिये Q व t एवं I व t के मध्य आलेख खींचिये। यह चित्र 16.3 व 16.4 में बताये अनुसार होंगे।

(ii) Q व t के मध्य आलेख में आवेशन की स्थिति में Q के अधिकतम मान के 0.63 मान के संगत समय या कालांक को ज्ञात कीजिये।

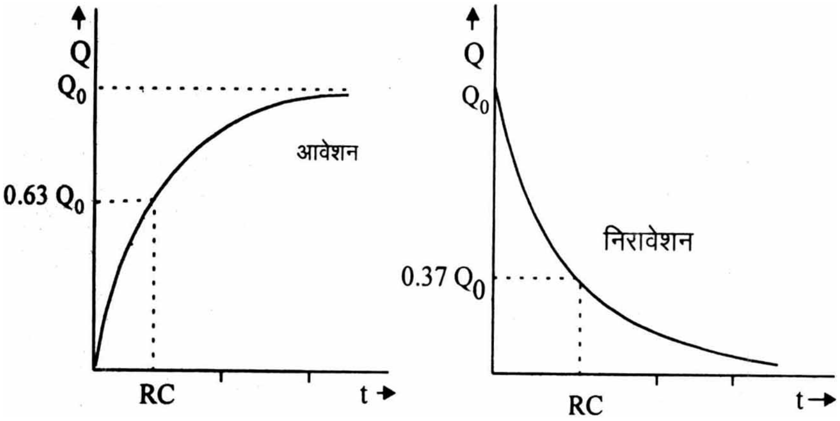
$\tau C_1$ = ..... सेकण्ड $\tau C_1$ = ..... सेकण्ड

(iii) Q व t के मध्य निरावेशन की स्थिति में Q के अधिकतम मान के 0.37 मान के संगत समय या कालांक को ज्ञात कीजिये।

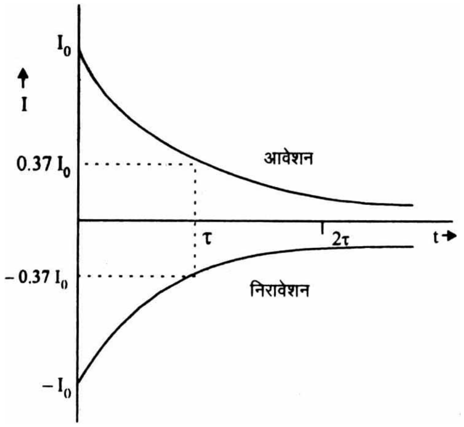
$\tau C_1$ = ..... सेकण्ड $\tau C_1$ = ..... सेकण्ड

(iv) आवेशन की स्थिति में I व t के मध्य आलेख से अधिकतम धारा के मान का 36.8% होने में लगा समय अर्थात् समय नियतांक ज्ञात कीजिये।

(v) निरावेशन की स्थिति में I व t के मध्य आलेख से धारा के अधिकतम मान का 36.8% होने में लगा समय ज्ञात कीजिये।



चित्र 16.3



चित्र 16.4

**परिणाम**

समय नियतांक का सैद्धान्तिक मान

$\tau C_1 = R_1 C_1 =$ ..... सेकण्ड

$\tau C_2 = R_2\ C_2 =$ ..... सेकण्ड

समय नियतांक का प्रायोगिक मान

$\tau_{c1} =$..... सेकण्ड

$\tau_{c2} =$ ..... सेकण्ड

## 16.8 पूर्वावधान व त्रुटियों के स्रोत (Precautions and sources of errors)

**पूर्वावधान**

(i) R व C के मानों का चयन इस प्रकार करें कि RC का मान न बहुत अधिक हो न बहुत कम हो।

(ii) समय मापन के लिये जहाँ तक संभव हो सुग्राही विराम घड़ी का उपयोग करना चाहिये।

(iii) वोल्टमीटर व अमीटर का एक साथ पाठ्यांक लेने पर दोनों के मापन में त्रुटि संभव है अत: दोनों के पाठ्यांक अलग-अलग करके लेने चाहिये।

(iv) वोल्टमीटर मे उच्च प्रतिरोध प्रयुक्त होता है अत: निरावेशन के समय आवेश का उसके कारण भी क्षय होता है। जहाँ तक संभव हो अधिक प्रतिरोध का वोल्टमीटर परिपथ में लगाना चाहिये।

(v) आवेशन व निरावेशन के समय धारा व वोल्टता का मापन एक साथ करने पर दोनों के पाठ्याँकों में त्रुटि संभव है।

(vi) प्राय: अवयवों r व c पर लिखें गये मान व उनके वास्तविक मान समान नहीं होते हैं व इनमें 2 से 10% तक सह्यता(tolerance) संभव हैं।

**त्रुटियों के स्रोत**

(i) प्रतिरोध व धारिता के दिये गये मानो का यथार्थ नहीं होना।

(ii) समय नियतांक($\tau_c$) का मान कम होने पर वोल्टता व धारा के प्रेक्षित मान में त्रुटि का होना।

(iii) आवेशन व निरावेशन के समय धारा व वोल्टता दोनों का मापन एक साथ करना।

## 16.9 सारांश(Summary)

किसी R-C परिपथ में दिष्ट धारा स्त्रोत का उपयोग करके उसमें प्रयुक्त संधारित्र को आवेशित व निरावेशित किया जा सकता है तथा आवेशन व निरावेशन की प्रक्रिया के द्वारा सरलता से समय नियतांक का प्रायोगिक मान ज्ञात किया जा सकता है।

## 16.10 शब्दावली (Glossary)

| | |
|---|---|
| आवेशन | Charging |
| कला | Phase |
| चालक | Conductor |
| दिष्ट धारा | Direct current |
| निरावेशन | Discharging |
| प्रत्यावर्ती धारा | Alternating Current |
| प्रतिरोध | Resistance |
| संधारित्र | Capacitor |
| समय नियतांक | Time constant |

## 16.11 संदर्भ गन्ध (Reference books)

| | | |
|---|---|---|
| Indu Prakash<br>Ram Krishan | “A Text Book of Practical Physics” Vol-2 | Kitab Mahal<br>Allahabad |
| एम. पी. सक्सेना, पी. आर. सिंह<br>एस. एस. रावत. एन. एस. सक्सेना | "प्रायोगिक भौतिकी"<br>बी. एस. सी. पार्ट 1 | कॉलेज बुक हाउस<br>जयपुर |

## 16.12 बोध प्रश्नों के उत्तर (Answers to self assessment questions)

1. यदि संधारित्र की प्लेटों पर एक ओम आवेश देने पर उसकी प्लेटों के मध्य एक वोल्ट वोल्टता उत्पन्न हो जाये तो संधारित्र की धारिता एक फैरड होगी। धारिता चालक के आवेश धारण करने की क्षमता को व्यक्त करती है।
2. 1 माइक्रो फैरड = $10^{-6}$ फैरड, 1 पिक्रो फैरड = $10^{-12}$ फैरड
3. लगभग 100 सेकण्ड।
4. चारघातांकी।
5. अमीटर श्रेणी क्रम में व वोल्टमीटर समातर क्रम में।

## 16.13 मौखिक प्रश्न व उत्तर (Oral questions and answers)

1. प्रयोग के समय RC का मान अधिक लेने का आदवाहन क्यों किया गया है ?

उत्तर- ऐसा करने से आवेशन व निरावेशन के समय पर्याप्त पाठ्यांक प्राप्त हो सकेंगे।

2. संधारित्र की धारिता किन बातों पर निर्भर करती है?

उत्तर- प्लेट के क्षेत्रफल(A) पर($C \propto A$)

(i) प्लेटों के मध्य माध्यम पर ($C \propto \in$)

(ii) प्लेटों के मध्य दूरी पर ( $C \propto 1/d$)

3. यदि दो संधारित्र श्रेणी क्रम में जोड़े तो प्रभावी धारिता का मान क्या होगा?

उत्तर- $\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$

4. यदि दो प्रतिरोध श्रेणी क्रम में जोड़े तो प्रभावी प्रतिरोध क्या होगा ?

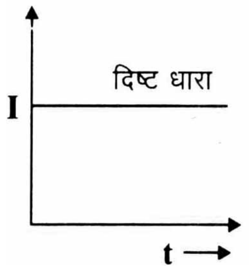
उत्तर- $R = R_1 + R_2$

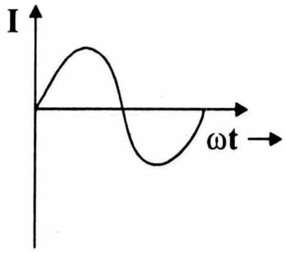
5. दिष्ट धारा के प्रवाह में एक आदर्श संधारित्र कितना प्रतिरोध प्रस्तुत करता है '

उत्तर- अनंत

6. दिष्ट धारा व प्रत्यावर्ती धारा में समय के साथ परिवर्तन को ग्राफ द्वारा निरूपित कीजिये।

उत्तर-





7. आवेशन व निरावेशन की दर पर प्रतिरोध में वृद्धि का क्या प्रभाव होता है ?

उत्तर- प्रतिरोध बढाने से आवेशन व निरावेशन की दर में कमी होती है।

# कुछ उपयोगी भौतिक राशियों के मान एवं भौतिक नियतांक

**प्रत्यास्थता स्थिरांक (Elastic constant)**

| पदार्थ | यंग प्रत्यास्थता गुणांक Y($\times 10^{10}$ न्यूटन/मी$^2$) | अपरूपण गुणांक $\eta$($\times 10^{10}$न्यूटन/मी$^2$) | आयतन प्रत्यास्थता गुणांक K ($\times$ $10^{10}$ न्यूटन/मी$^2$) | पायसन अनुपात $\sigma$ |
|---|---|---|---|---|
| ऐलुमिनियम | 7.03 | 2.61 | 7.55 | 0.345 |
| ताँबा | 12.98 | 4.83 | 13.78 | 0.343 |
| पीतल | 10.06 | 3.73 | 11.18 | 0.350 |
| लोहा | 21.14 | 8.16 | 16.98 | 0.293 |
| स्टील | 21.19 | 8.22 | 16.92 | 0.291 |
| रबर | 0.05 | 0.00015 | - | 0.48 |
| कांच(काउन) | 6.0 - 7.8 | 2.6-3.2 | 4.0 -5.5 | 0.20-0.2 |
| कांच(फ्लिंट) | 5-6 | 2.3 | 3.7 | 0.22-0.2 |

**पानी का पृष्ठ तनाव (Surface tension of water)**

| ताप | $20^{o}$C | 30 $^{o}$C | 40 $^{o}$C | 50 $^{o}$C | 60 $^{o}$C | 70 $^{o}$C | 80 $^{o}$C | 100 $^{o}$C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| पृष्ठ तनाव $\times 10^{-3}$न्यूटन/मी$^2$) | 72.75 | 71.2 | 69.6 | 67.9 | 66.2 | 64.4 | 62.6 | 58.8 |

**परिवर्तन सारिणी**

2.54 सेमी = 1 इंच

30.48 सेमी = 1 फुट

453.6 ग्राम = 1 पाउण्ड

1.6693 किमी = 1 मील

4.546 लीटर = 1 गैलन

$2\pi$ रेडियन = $360^{o}$

$\pi$(नियतांक) = 3.1416

$1^{o}$C = $1.80^{o}$F

**मात्रकों की अंतर्राष्ट्रीय पद्वति(SI)**

| राशि | मात्रक | प्रतीक |
|---|---|---|
| लम्बाई | मीटर | m |
| द्रव्यमान | किलोग्राम | kg |
| समय | सेकण्ड | s |
| विद्युत धारा | एम्पियर | A |

| | | |
|---|---|---|
| उष्मगतिक ताप | केल्विन | K |
| पदार्थ की मात्रा | मोल | mol |
| कोण | रेडियन | rad |

### विशिष्ट प्रतिरोध(specific resistance) $20^{o}$C पर एवं ताप गुणांक

| **पदार्थ** | **विशिष्ट प्रतिरोध** 20 $^{o}$C पर(प्रति डिग्री) (×$10^{-8}$ ओम - मीटर) | **ताप गुणांक** |
|---|---|---|
| एन्यूमिनियम(Aluminium) | 2.67 | 0.0049 |
| कांसटेन्टन(Constantan) | 49.00 | 0.0002 |
| मैगनिन(Magnin) | 46.55 | 0.00002 |
| नाइक्रोम(Nichrome) | 118.91 | 0.00017 |
| तांबा(Copper) | 1.673 | 0.0039 |
| लोहा(Iron) | 5.11 | 0.006 |

### तारों के प्रतिरोध ओम प्रतिमीटर में($20^{o}$C) पर

| S.W.G. | व्यास मिमी में | ताँबा | मैगनिन | कांसटेन्टन | नाइक्रोम |
|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 1.63 | 0.00831 | 0.200 | 0.235 | 0.520 |
| 18 | 1.22 | 0.0148 | 0.355 | 0.420 | 0.92 |
| 20 | 0.914 | 0.914 | 0.0263 | 0.630 | 0.745 |
| 22 | 0.711 | 0.0434 | 1.05 | 1.23 | 2.72 |

### कुछ अर्धचालक डायोडों के अभिलक्षणिक

| संख्या | भंजन वोल्टता | $I_{max}$ | उपयोग(uses) |
|---|---|---|---|
| 1N4001 | 400V | 1A | दिष्टकारण |
| 1N4001 | 400V | 2A | दिष्टकारण |
| 1N4001 | 400V | 3A | दिष्टकारण |
| 1N4001 | 400V | 4A | दिष्टकारण |

## LOGARITHMS

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 0000 | 0043 | 0086 | 0128 | 0170 | | | | | | 5 | 9 | 13 | 17 | 21 | 26 | 30 | 34 | 38 |
| | | | | | | 0212 | 0253 | 0294 | 0334 | 0374 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| 11 | 0414 | 0453 | 0492 | 0531 | 0569 | | | | | | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 23 | 27 | 31 | 35 |
| | | | | | | 0607 | 0645 | 0682 | 0719 | 0755 | 4 | 7 | 11 | 15 | 18 | 22 | 26 | 29 | 33 |
| 12 | 0792 | 0828 | 0864 | 0899 | 0934 | | | | | | 3 | 7 | 11 | 14 | 18 | 21 | 25 | 28 | 32 |
| | | | | | | 0969 | 1004 | 1038 | 1072 | 1106 | 3 | 7 | 10 | 14 | 17 | 20 | 24 | 27 | 31 |
| 13 | 1139 | 1173 | 1206 | 1239 | 1271 | | | | | | 3 | 6 | 10 | 13 | 16 | 19 | 23 | 26 | 29 |
| | | | | | | 1303 | 1335 | 1367 | 1399 | 1430 | 3 | 7 | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 | 29 |
| 14 | 1461 | 1492 | 1523 | 1553 | 1584 | | | | | | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 19 | 22 | 25 | 28 |
| | | | | | | 1614 | 1644 | 2673 | 1703 | 1732 | 3 | 6 | 9 | 12 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 15 | 1761 | 1790 | 1818 | 1847 | 1875 | | | | | | 3 | 6 | 9 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| | | | | | | 1903 | 1931 | 1959 | 1987 | 2014 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 | 17 | 19 | 22 | 25 |
| 16 | 2041 | 2068 | 2095 | 2122 | 2148 | | | | | | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 | 16 | 19 | 22 | 24 |
| | | | | | | 2175 | 2201 | 2227 | 2253 | 2279 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 16 | 18 | 21 | 23 |
| 17 | 2304 | 2330 | 2355 | 2380 | 2405 | | | | | | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 15 | 18 | 20 | 23 |
| | | | | | | 2430 | 2455 | 2480 | 2504 | 2529 | 3 | 5 | 8 | 10 | 12 | 15 | 17 | 20 | 22 |
| 18 | 2553 | 2577 | 2601 | 2625 | 2648 | | | | | | 2 | 5 | 7 | 9 | 12 | 14 | 17 | 19 | 21 |
| | | | | | | 2672 | 2695 | 2718 | 2742 | 2765 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 | 14 | 16 | 18 | 21 |
| 19 | 2788 | 2810 | 2833 | 2856 | 2878 | | | | | | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 | 13 | 16 | 18 | 20 |
| | | | | | | 2900 | 2923 | 2945 | 2967 | 2989 | 2 | 4 | 6 | 8 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 |
| 20 | 3010 | 3032 | 3054 | 3075 | 3096 | 3118 | 3119 | 3160 | 3181 | 3201 | 2 | 4 | 6 | 8 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 |
| 21 | 3222 | 3243 | 3263 | 3284 | 3304 | 3324 | 3345 | 3365 | 3385 | 3404 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 22 | 3424 | 3444 | 3464 | 3483 | 3502 | 3522 | 3541 | 3560 | 3579 | 3598 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 15 | 17 |
| 23 | 3617 | 3636 | 3655 | 3674 | 3692 | 3711 | 3729 | 3747 | 3766 | 3784 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 |
| 24 | 3802 | 3820 | 3838 | 3856 | 3874 | 3892 | 3909 | 3927 | 3945 | 3962 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 | 11 | 12 | 14 | 16 |
| 25 | 3979 | 3997 | 4014 | 4031 | 4048 | 4065 | 4082 | 4099 | 4116 | 4133 | 2 | 3 | 5 | 7 | 9 | 10 | 12 | 14 | 15 |
| 26 | 4150 | 4166 | 4183 | 4200 | 4216 | 4232 | 4249 | 4265 | 4281 | 4298 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
| 27 | 4314 | 4330 | 4346 | 4362 | 4378 | 4393 | 4409 | 4425 | 4440 | 4456 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 13 | 14 |
| 28 | 4472 | 4487 | 4502 | 4518 | 4533 | 4548 | 4564 | 4579 | 4594 | 4609 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 12 | 14 |
| 29 | 4624 | 4639 | 4654 | 4669 | 4683 | 4698 | 4713 | 4728 | 4742 | 4757 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 13 |
| 30 | 4771 | 4786 | 4800 | 4814 | 4829 | 4843 | 4857 | 4871 | 4885 | 4900 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 | 13 |
| 31 | 4914 | 4928 | 4942 | 4955 | 4969 | 4983 | 4997 | 5011 | 5024 | 5038 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 | 12 |
| 32 | 5051 | 5065 | 5079 | 5092 | 5105 | 5119 | 5132 | 5145 | 5159 | 5172 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 |
| 33 | 5185 | 5198 | 5211 | 5224 | 5237 | 5250 | 5263 | 5276 | 5289 | 5302 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 12 |
| 34 | 5315 | 5328 | 5340 | 5353 | 5366 | 5378 | 5391 | 5403 | 5416 | 5428 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 35 | 5441 | 5453 | 5465 | 5478 | 5490 | 5502 | 5514 | 5527 | 5539 | 5551 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 |
| 36 | 5563 | 5575 | 5587 | 5599 | 5611 | 5623 | 5635 | 5647 | 5658 | 5670 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 |
| 37 | 5682 | 5694 | 5705 | 5717 | 5729 | 5740 | 5752 | 5763 | 5775 | 5786 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 38 | 5798 | 5809 | 5821 | 5832 | 5843 | 5855 | 5866 | 5877 | 5888 | 5899 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 39 | 5911 | 5922 | 5933 | 5944 | 5955 | 5966 | 5977 | 5988 | 5999 | 6010 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 40 | 6021 | 6031 | 6042 | 6053 | 6064 | 6075 | 6085 | 6096 | 6107 | 6117 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 |
| 41 | 6128 | 6138 | 6149 | 6160 | 6170 | 6180 | 6191 | 6201 | 6212 | 6222 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 |
| 42 | 6232 | 6243 | 6253 | 6263 | 6274 | 6284 | 6294 | 6304 | 6314 | 6325 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 43 | 6335 | 6345 | 6355 | 6365 | 6375 | 6385 | 6395 | 6405 | 6415 | 6425 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 44 | 6435 | 6444 | 6454 | 6464 | 6474 | 6484 | 6493 | 6503 | 6513 | 6522 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 45 | 6532 | 6542 | 6551 | 6561 | 6571 | 6580 | 6590 | 6599 | 6609 | 6618 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 46 | 6628 | 6637 | 6646 | 6656 | 6665 | 6675 | 6684 | 6693 | 6702 | 6712 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 |
| 47 | 6721 | 6730 | 6739 | 6749 | 6758 | 6767 | 6776 | 6785 | 6794 | 6803 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 48 | 6812 | 6821 | 6830 | 6839 | 6848 | 6857 | 6866 | 6875 | 6884 | 6893 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 49 | 6902 | 6911 | 6920 | 6928 | 6937 | 6946 | 6955 | 6964 | 6972 | 6981 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |

## LOGARITHMS

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 50 | 6900 | 6998 | 7007 | 7016 | 7024 | 7033 | 7042 | 7050 | 7059 | 7067 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 51 | 7076 | 7084 | 7093 | 7101 | 7110 | 7118 | 7126 | 7135 | 7143 | 7152 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 52 | 7160 | 7168 | 7177 | 7185 | 7193 | 7202 | 7210 | 7218 | 7226 | 7235 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 |
| 53 | 7243 | 7251 | 7259 | 7267 | 7275 | 7284 | 7292 | 7300 | 7308 | 7316 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 |
| 54 | 7324 | 7332 | 7340 | 7348 | 7356 | 7364 | 7372 | 7380 | 7388 | 7396 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 |
| 55 | 7404 | 7412 | 7419 | 7427 | 7435 | 7443 | 7451 | 7459 | 7466 | 7474 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 56 | 7482 | 7490 | 7497 | 7505 | 7513 | 7520 | 7528 | 7536 | 7543 | 7551 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 57 | 7559 | 7566 | 7574 | 7582 | 7589 | 7597 | 7604 | 7612 | 7619 | 7627 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 58 | 7634 | 7642 | 7649 | 7657 | 7664 | 7672 | 7679 | 7686 | 7694 | 7701 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 59 | 7709 | 7716 | 7723 | 7731 | 7738 | 7745 | 7752 | 7760 | 7767 | 7774 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 60 | 7782 | 7789 | 7796 | 7803 | 7810 | 7818 | 7825 | 7832 | 7839 | 7846 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 61 | 7853 | 7860 | 7868 | 7875 | 7882 | 7889 | 7896 | 7903 | 7910 | 7917 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 62 | 7924 | 7931 | 7938 | 7945 | 7952 | 7959 | 7966 | 7973 | 7980 | 7987 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 63 | 7993 | 8000 | 8007 | 8014 | 8021 | 8028 | 8035 | 8041 | 8048 | 8055 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 64 | 8062 | 8069 | 8075 | 8082 | 8089 | 8096 | 8102 | 8109 | 8116 | 8122 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 65 | 8129 | 8136 | 8142 | 8149 | 8156 | 8162 | 8169 | 8176 | 8182 | 8189 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 66 | 8195 | 8202 | 8209 | 8215 | 8222 | 8228 | 8235 | 8241 | 8248 | 8254 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 67 | 8261 | 8267 | 8274 | 8280 | 8287 | 8293 | 8299 | 8306 | 8312 | 8319 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 68 | 8325 | 8331 | 8338 | 8344 | 8351 | 8357 | 8363 | 8370 | 8376 | 8382 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 69 | 8388 | 8395 | 8401 | 8407 | 8414 | 8420 | 8426 | 8432 | 8439 | 8445 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 70 | 8451 | 8457 | 8463 | 8470 | 8476 | 8482 | 8488 | 8494 | 8500 | 8506 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 71 | 8513 | 8519 | 8525 | 8531 | 8537 | 8543 | 8549 | 8555 | 8561 | 8567 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 72 | 8573 | 8579 | 8585 | 8591 | 8597 | 8603 | 8609 | 8615 | 8621 | 8627 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 73 | 8633 | 8689 | 8645 | 8651 | 8657 | 8663 | 8669 | 8675 | 8681 | 8686 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 74 | 8692 | 8698 | 8704 | 8710 | 8716 | 8722 | 8727 | 8733 | 8739 | 8745 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 75 | 8751 | 8756 | 8762 | 8768 | 8774 | 8779 | 8785 | 8791 | 8797 | 8802 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 76 | 8808 | 8814 | 8820 | 8825 | 8831 | 8837 | 8842 | 8848 | 8854 | 8859 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 77 | 8865 | 8871 | 8876 | 8882 | 8887 | 8893 | 8899 | 8904 | 8910 | 8915 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 78 | 8921 | 8927 | 8932 | 8938 | 8943 | 8949 | 8954 | 8960 | 8965 | 8971 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 79 | 8976 | 8982 | 8987 | 8993 | 8998 | 9004 | 9009 | 9015 | 9020 | 9025 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 80 | 9031 | 9036 | 9042 | 9047 | 9053 | 9058 | 9063 | 9069 | 9074 | 9079 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 81 | 9085 | 9090 | 9096 | 9101 | 9106 | 9112 | 9117 | 9122 | 9128 | 9133 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 82 | 9138 | 9143 | 9149 | 9154 | 9159 | 9165 | 9170 | 9175 | 9180 | 9186 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 83 | 9191 | 9196 | 9201 | 9206 | 9212 | 9217 | 9222 | 9227 | 9232 | 9238 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 84 | 9243 | 9248 | 9253 | 9258 | 9263 | 9269 | 9274 | 9279 | 9284 | 9289 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 85 | 9294 | 9299 | 9304 | 9309 | 9315 | 9320 | 9325 | 9330 | 9335 | 9340 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 86 | 9345 | 9350 | 9355 | 9360 | 9365 | 9370 | 9375 | 9380 | 9385 | 9390 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 87 | 9395 | 9400 | 9405 | 9410 | 9415 | 9420 | 9425 | 9430 | 9435 | 9440 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 88 | 9445 | 9450 | 9455 | 9460 | 9465 | 9469 | 9474 | 9479 | 9484 | 9489 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 89 | 9494 | 9499 | 9504 | 9409 | 9513 | 9518 | 9523 | 9528 | 9533 | 9538 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 90 | 9542 | 9547 | 9552 | 9557 | 9562 | 9566 | 9571 | 9576 | 9581 | 9586 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 91 | 9590 | 9595 | 9600 | 9605 | 9609 | 9614 | 9619 | 9624 | 9628 | 9633 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 92 | 9638 | 9643 | 9647 | 9652 | 9657 | 9661 | 9666 | 9671 | 9675 | 9680 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 93 | 9685 | 9689 | 9694 | 9699 | 9703 | 9708 | 9713 | 9717 | 9722 | 9727 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 94 | 9731 | 9736 | 9741 | 9745 | 9750 | 9754 | 9759 | 9761 | 9768 | 9773 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 95 | 9777 | 9782 | 9786 | 9791 | 9795 | 9800 | 9805 | 9809 | 9814 | 9818 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 96 | 9823 | 9827 | 9832 | 9836 | 9841 | 9845 | 9850 | 9854 | 9859 | 9863 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 97 | 9868 | 9872 | 9877 | 9881 | 9886 | 9890 | 9894 | 9899 | 9903 | 9908 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 98 | 9912 | 9917 | 9921 | 9926 | 9930 | 9934 | 9939 | 9943 | 9948 | 9952 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 99 | 9956 | 9961 | 9965 | 9969 | 9974 | 9978 | 9983 | 9987 | 9991 | 9996 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |

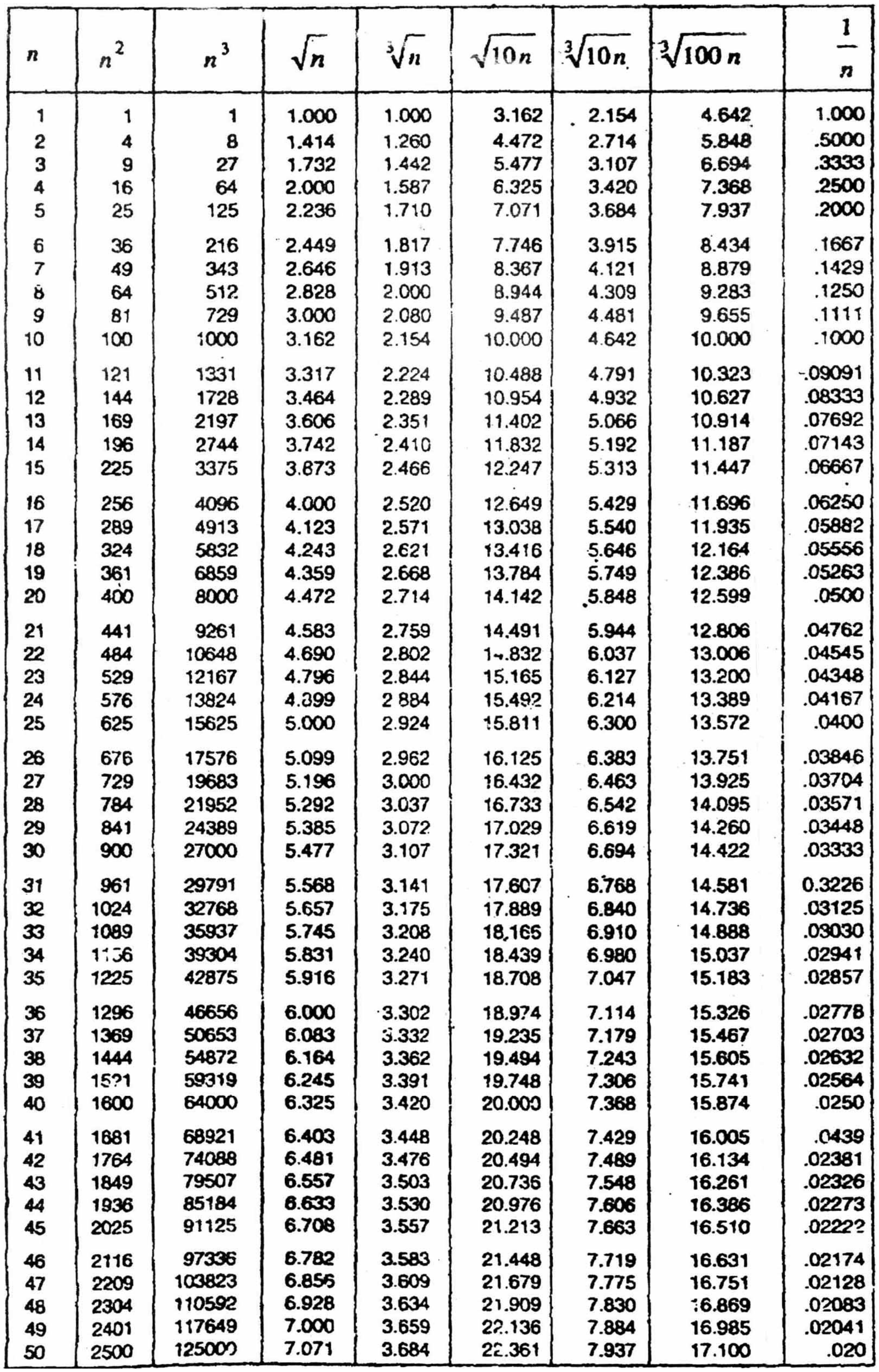
## ANTILOGARITHMS

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| .00 | 1000 | 1002 | 1005 | 1007 | 1009 | 1012 | 1014 | 1016 | 1019 | 1021 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| .01 | 1023 | 1026 | 1028 | 1030 | 1033 | 1035 | 1038 | 1040 | 1042 | 1045 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| .02 | 1047 | 1050 | 1052 | 1054 | 1057 | 1059 | 1062 | 1064 | 1067 | 1069 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| .03 | 1072 | 1074 | 1076 | 1079 | 1081 | 1084 | 1086 | 1089 | 1091 | 1094 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| .04 | 1096 | 1099 | 1102 | 1104 | 1107 | 1109 | 1112 | 1114 | 1117 | 1119 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| .05 | 1122 | 1125 | 1127 | 1130 | 1132 | 1135 | 1138 | 1140 | 1143 | 1146 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| .06 | 1148 | 1151 | 1153 | 1156 | 1159 | 1161 | 1164 | 1167 | 1169 | 1172 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| .07 | 1175 | 1178 | 1180 | 1183 | 1186 | 1189 | 1191 | 1194 | 1197 | 1199 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| .08 | 1202 | 1205 | 1208 | 1211 | 1213 | 1216 | 1219 | 1222 | 1225 | 1227 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| .09 | 1230 | 1233 | 1236 | 1239 | 1242 | 1245 | 1247 | 1250 | 1235 | 1256 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| .10 | 1259 | 1262 | 1265 | 1268 | 1271 | 1274 | 1276 | 1279 | 1282 | 1285 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| .11 | 1288 | 1291 | 1294 | 1297 | 1300 | 1303 | 1306 | 1309 | 1312 | 1315 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| .12 | 1318 | 1321 | 1324 | 1327 | 1330 | 1334 | 1337 | 1340 | 1343 | 1346 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| .13 | 1349 | 1352 | 1355 | 1358 | 1361 | 1365 | 1368 | 1371 | 1374 | 1377 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| .14 | 1380 | 1384 | 1387 | 1390 | 1393 | 1396 | 1400 | 1403 | 1406 | 1409 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| .15 | 1413 | 1416 | 1419 | 1422 | 1426 | 1429 | 1432 | 1435 | 1439 | 1442 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| .16 | 1445 | 1449 | 1452 | 1455 | 1459 | 1462 | 1466 | 1469 | 1472 | 1476 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| .17 | 1479 | 1483 | 1486 | 1489 | 1493 | 1496 | 1500 | 1503 | 1507 | 1510 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| .18 | 1514 | 1517 | 1521 | 1524 | 1528 | 1531 | 1535 | 1538 | 1542 | 1545 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| .19 | 1549 | 1552 | 1556 | 1560 | 1563 | 1567 | 1570 | 1547 | 1578 | 1581 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| .20 | 1585 | 1589 | 1592 | 1596 | 1600 | 1603 | 1607 | 1611 | 1614 | 1618 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| .21 | 1622 | 1626 | 1629 | 1633 | 1637 | 1641 | 1644 | 1648 | 1652 | 1656 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| .22 | 1660 | 1663 | 1667 | 1671 | 1675 | 1679 | 1683 | 1648 | 1690 | 1694 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| .23 | 1698 | 1702 | 1706 | 1710 | 1714 | 1718 | 1722 | 1726 | 1730 | 1734 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| .24 | 1738 | 1742 | 1746 | 1750 | 1754 | 1758 | 1762 | 1766 | 1770 | 1774 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| .25 | 1778 | 1782 | 1786 | 1791 | 1795 | 1799 | 1803 | 1807 | 1811 | 1816 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| .26 | 1820 | 1824 | 1828 | 1832 | 1837 | 1841 | 1845 | 1849 | 1854 | 1858 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 |
| .27 | 1862 | 1866 | 1871 | 1875 | 1879 | 1884 | 1888 | 1892 | 1897 | 1901 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 |
| .28 | 1905 | 1910 | 1914 | 1919 | 1923 | 1928 | 1932 | 1936 | 1941 | 1945 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| .29 | 1950 | 1954 | 1959 | 1963 | 1968 | 1972 | 1977 | 1982 | 1986 | 1991 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| .30 | 1995 | 2000 | 2004 | 2009 | 2014 | 2018 | 2023 | 2028 | 2032 | 2037 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| .31 | 2042 | 2046 | 2051 | 2056 | 2061 | 2065 | 2070 | 2075 | 2080 | 2084 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| .32 | 2089 | 2094 | 2099 | 2104 | 2109 | 2113 | 2118 | 2123 | 2128 | 2133 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| .33 | 2138 | 2143 | 2148 | 2153 | 2158 | 2163 | 2168 | 2173 | 2178 | 2183 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 4 |
| .34 | 2188 | 2193 | 2198 | 2203 | 2208 | 2213 | 2218 | 2223 | 2228 | 2234 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| .35 | 2239 | 2244 | 2249 | 2254 | 2259 | 2265 | 2270 | 2275 | 2280 | 2286 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| .36 | 2291 | 2296 | 2301 | 2307 | 2312 | 2317 | 2323 | 2328 | 2333 | 2339 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| .37 | 2344 | 2350 | 2355 | 2360 | 2366 | 2371 | 2377 | 2382 | 2388 | 2393 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| .38 | 2399 | 2404 | 2410 | 2415 | 2421 | 2427 | 2432 | 2438 | 2443 | 2449 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| .39 | 2455 | 2460 | 2466 | 2472 | 2477 | 2483 | 2489 | 2495 | 2500 | 2506 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| .40 | 2512 | 2518 | 2523 | 2529 | 2535 | 2541 | 2547 | 2553 | 2559 | 2564 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| .41 | 2570 | 2575 | 2582 | 2588 | 2594 | 2600 | 2606 | 2612 | 2618 | 2624 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| .42 | 2630 | 2636 | 2642 | 2649 | 2655 | 2661 | 2667 | 2673 | 2679 | 2685 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| .43 | 2692 | 2698 | 2704 | 2710 | 2716 | 2723 | 2729 | 2735 | 2742 | 2748 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| .44 | 2754 | 2761 | 2767 | 2773 | 2780 | 2780 | 2793 | 2799 | 2805 | 2812 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| .45 | 2818 | 2825 | 2831 | 2838 | 2844 | 2851 | 2858 | 2864 | 2871 | 2877 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| .46 | 2884 | 2891 | 2807 | 2904 | 2911 | 2917 | 2924 | 2931 | 2938 | 2944 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| .47 | 2951 | 2958 | 2965 | 2972 | 2979 | 2985 | 2992 | 2999 | 3006 | 3013 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| .48 | 3020 | 3027 | 3034 | 3041 | 3048 | 3055 | 3062 | 3069 | 3076 | 3083 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| .49 | 3090 | 3097 | 3105 | 3112 | 3119 | 3126 | 3133 | 3141 | 3148 | 3155 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |

## ANTILOGARITHMS

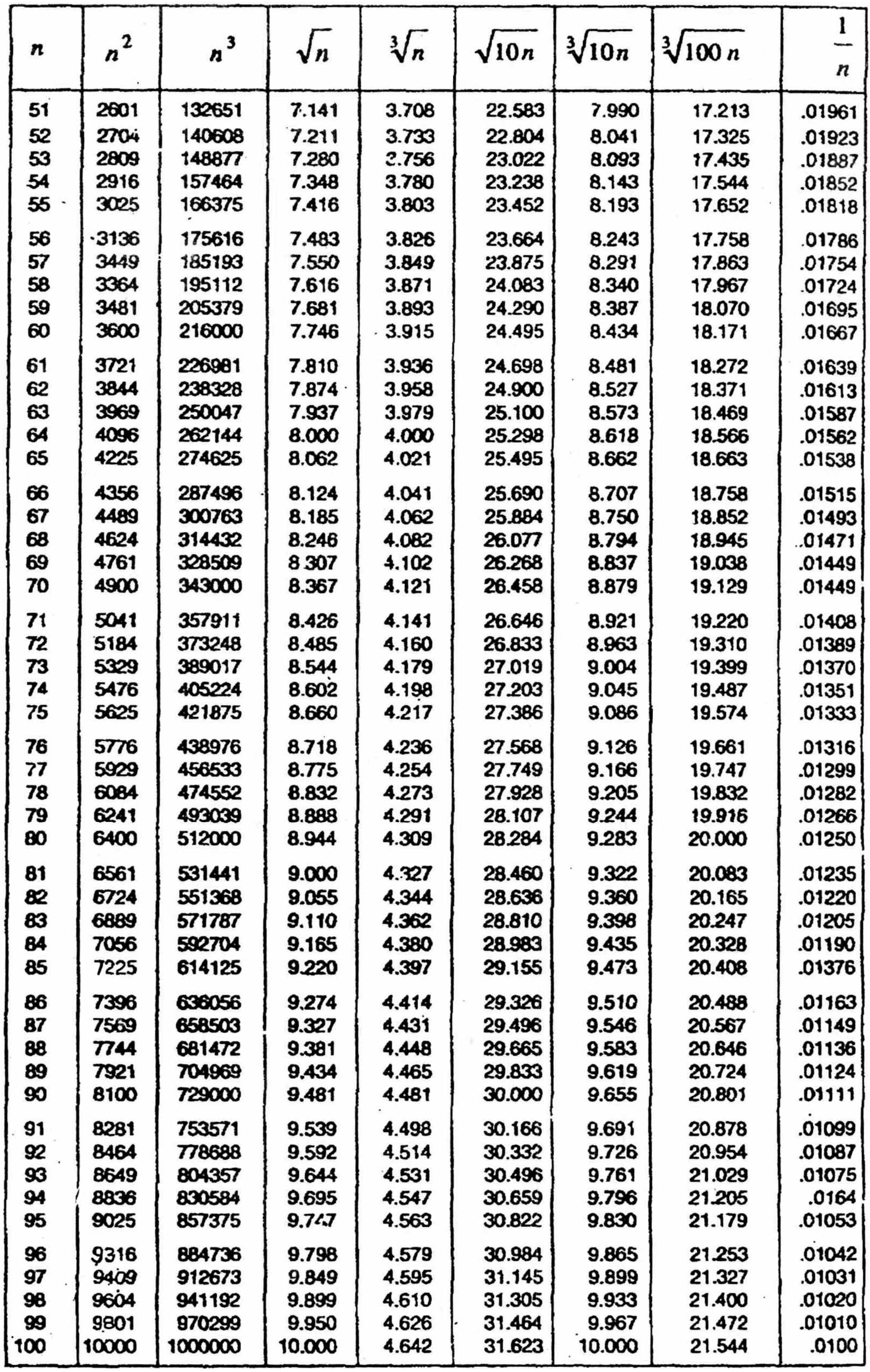
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| .50 | 3162 | 3170 | 3177 | 3184 | 3192 | 3199 | 3206 | 3214 | 3221 | 3228 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| .51 | 3236 | 3243 | 3251 | 3258 | 3166 | 3273 | 3281 | 3289 | 3296 | 3304 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| .52 | 3311 | 3319 | 3327 | 3334 | 3342 | 3350 | 3357 | 3365 | 3373 | 3381 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| .53 | 3388 | 3396 | 3404 | 3412 | 3420 | 3428 | 3436 | 3443 | 3451 | 3459 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 |
| .54 | 3467 | 3475 | 3483 | 3491 | 3499 | 3508 | 3516 | 3524 | 3532 | 3540 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 |
| .55 | 3548 | 3556 | 3565 | 3573 | 3581 | 3589 | 3597 | 3606 | 3614 | 3622 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 |
| .56 | 3631 | 3639 | 3648 | 3656 | 3664 | 3673 | 3681 | 3690 | 3698 | 3707 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| .57 | 3715 | 3724 | 3733 | 3741 | 3750 | 3758 | 3767 | 3776 | 3784 | 3793 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| .58 | 3802 | 3811 | 3819 | 3828 | 3837 | 3846 | 3855 | 3864 | 3873 | 3882 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| .59 | 3890 | 3899 | 3908 | 3917 | 3926 | 3936 | 3945 | 3954 | 3963 | 3972 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| .60 | 3981 | 3990 | 3999 | 4009 | 4018 | 4027 | 4036 | 4046 | 4055 | 4064 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 | 8 |
| .61 | 4074 | 4083 | 4093 | 4102 | 4111 | 4121 | 4130 | 4140 | 4150 | 4159 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| .62 | 4169 | 4178 | 4188 | 4198 | 4207 | 4217 | 4227 | 4236 | 4246 | 4256 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| .63 | 4266 | 4276 | 4285 | 4295 | 4305 | 4315 | 4325 | 4335 | 4345 | 4355 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| .64 | 4365 | 4375 | 4385 | 4395 | 4406 | 4416 | 4426 | 4436 | 4446 | 4457 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| .65 | 4467 | 4477 | 4487 | 4498 | 4508 | 4519 | 4529 | 4539 | 4550 | 4560 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| .66 | 4571 | 4581 | 4592 | 4603 | 4613 | 4624 | 4634 | 4645 | 4656 | 4667 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 |
| .67 | 4677 | 4688 | 4699 | 4710 | 4721 | 4732 | 4742 | 4753 | 4764 | 4775 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| .68 | 4786 | 4797 | 4808 | 4819 | 4831 | 4842 | 4853 | 4864 | 4875 | 4887 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| .69 | 4808 | 4909 | 4920 | 4932 | 4943 | 4955 | 4966 | 4977 | 4989 | 5000 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| .70 | 5012 | 5023 | 5035 | 5047 | 5058 | 5070 | 5082 | 5093 | 5105 | 5117 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 11 |
| .71 | 5129 | 5040 | 5152 | 5164 | 5176 | 5188 | 5200 | 5212 | 5224 | 5236 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 |
| .72 | 5248 | 5160 | 5272 | 5284 | 5297 | 5309 | 5321 | 5333 | 5346 | 5358 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 |
| .73 | 5370 | 5383 | 5395 | 5408 | 5420 | 5433 | 5445 | 5458 | 5470 | 5483 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| .74 | 5495 | 5508 | 5521 | 5534 | 5546 | 5559 | 5572 | 5585 | 5598 | 5610 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 12 |
| .75 | 5623 | 5636 | 5649 | 5662 | 5675 | 5689 | 5702 | 5715 | 5728 | 5741 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 |
| .76 | 5754 | 5768 | 5781 | 5794 | 5808 | 5821 | 5834 | 5848 | 5861 | 5875 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 |
| .77 | 5888 | 5902 | 5916 | 5929 | 5943 | 5957 | 5970 | 5984 | 5998 | 6012 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 10 | 11 | 12 |
| .78 | 6026 | 6039 | 6053 | 6067 | 6081 | 6095 | 6109 | 6124 | 6138 | 6152 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 | 13 |
| .79 | 6160 | 6180 | 6194 | 6209 | 6223 | 6237 | 6252 | 6266 | 6281 | 6295 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 | 13 |
| .80 | 6310 | 6324 | 6339 | 6353 | 6368 | 6383 | 6397 | 6412 | 6427 | 6442 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 13 |
| .81 | 6457 | 6471 | 6486 | 6501 | 6516 | 6531 | 6546 | 6561 | 6577 | 6592 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 12 | 14 |
| .82 | 6607 | 6622 | 6637 | 6653 | 6668 | 6683 | 6699 | 6714 | 6730 | 6745 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 12 | 14 |
| .83 | 6761 | 6776 | 6792 | 6808 | 6823 | 6839 | 6855 | 6871 | 6887 | 6902 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 13 | 14 |
| .84 | 6918 | 6934 | 6950 | 6066 | 6982 | 6998 | 7015 | 7031 | 7047 | 7063 | 2 | 3 | 5 | 6 | 3 | 10 | 11 | 13 | 15 |
| .85 | 7079 | 7096 | 7112 | 7129 | 7145 | 7161 | 7178 | 7194 | 7211 | 7228 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 12 | 13 | 15 |
| .86 | 7244 | 7261 | 7278 | 7295 | 7311 | 7328 | 7345 | 7362 | 7379 | 7396 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 12 | 13 | 15 |
| .87 | 7413 | 7430 | 7447 | 7464 | 7482 | 7499 | 7516 | 7534 | 7551 | 7568 | 2 | 3 | 5 | 7 | 9 | 10 | 12 | 14 | 16 |
| .88 | 7586 | 7603 | 7621 | 7638 | 7656 | 7674 | 7691 | 7709 | 7727 | 7745 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 | 11 | 12 | 14 | 16 |
| .89 | 7762 | 7780 | 7798 | 7816 | 7834 | 7852 | 7870 | 7889 | 7907 | 7925 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 14 | 16 |
| .90 | 7943 | 7962 | 7980 | 7998 | 8017 | 8035 | 8054 | 8072 | 8091 | 8110 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 |
| .91 | 8128 | 8147 | 6166 | 8185 | 8204 | 8222 | 8241 | 8260 | 8279 | 8299 | 2 | 4 | 6 | 8 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 |
| .92 | 8318 | 8337 | 8356 | 8375 | 8395 | 8414 | 8433 | 8453 | 8472 | 8492 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 15 | 17 |
| .93 | 8511 | 8531 | 8551 | 8570 | 8590 | 8610 | 8630 | 8650 | 8670 | 8690 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| .94 | 8710 | 8730 | 8750 | 8770 | 8790 | 8810 | 8831 | 8851 | 8872 | 8892 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| .95 | 8913 | 8933 | 8954 | 8974 | 8995 | 9016 | 9036 | 9057 | 9078 | 9099 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 15 | 17 | 19 |
| .96 | 9120 | 9141 | 9162 | 9183 | 9204 | 9226 | 9247 | 9268 | 9290 | 9311 | 2 | 4 | 6 | 8 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 |
| .97 | 9333 | 9354 | 9376 | 9397 | 9419 | 9441 | 9462 | 9484 | 9506 | 9528 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 20 |
| .98 | 9550 | 9572 | 9594 | 9616 | 9638 | 9661 | 9683 | 9705 | 9727 | 9750 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 | 13 | 16 | 18 | 20 |
| .99 | 9772 | 9795 | 9817 | 9840 | 9863 | 9886 | 9908 | 9931 | 9954 | 9977 | 2 | 5 | 7 | 9 | 11 | 14 | 16 | 18 | 20 |

## POWERS, ROOTS AND RECIPROCALS



| $n$ | $n^2$ | $n^3$ | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\sqrt{10n}$ | $\sqrt[3]{10n}$ | $\sqrt[3]{100n}$ | $\frac{1}{n}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1.000 | 1.000 | 3.162 | 2.154 | 4.642 | 1.000 |
| 2 | 4 | 8 | 1.414 | 1.260 | 4.472 | 2.714 | 5.848 | .5000 |
| 3 | 9 | 27 | 1.732 | 1.442 | 5.477 | 3.107 | 6.694 | .3333 |
| 4 | 16 | 64 | 2.000 | 1.587 | 6.325 | 3.420 | 7.368 | .2500 |
| 5 | 25 | 125 | 2.236 | 1.710 | 7.071 | 3.684 | 7.937 | .2000 |
| 6 | 36 | 216 | 2.449 | 1.817 | 7.746 | 3.915 | 8.434 | .1667 |
| 7 | 49 | 343 | 2.646 | 1.913 | 8.367 | 4.121 | 8.879 | .1429 |
| 8 | 64 | 512 | 2.828 | 2.000 | 8.944 | 4.309 | 9.283 | .1250 |
| 9 | 81 | 729 | 3.000 | 2.080 | 9.487 | 4.481 | 9.655 | .1111 |
| 10 | 100 | 1000 | 3.162 | 2.154 | 10.000 | 4.642 | 10.000 | .1000 |
| 11 | 121 | 1331 | 3.317 | 2.224 | 10.488 | 4.791 | 10.323 | .09091 |
| 12 | 144 | 1728 | 3.464 | 2.289 | 10.954 | 4.932 | 10.627 | .08333 |
| 13 | 169 | 2197 | 3.606 | 2.351 | 11.402 | 5.066 | 10.914 | .07692 |
| 14 | 196 | 2744 | 3.742 | 2.410 | 11.832 | 5.192 | 11.187 | .07143 |
| 15 | 225 | 3375 | 3.873 | 2.466 | 12.247 | 5.313 | 11.447 | .06667 |
| 16 | 256 | 4096 | 4.000 | 2.520 | 12.649 | 5.429 | 11.696 | .06250 |
| 17 | 289 | 4913 | 4.123 | 2.571 | 13.038 | 5.540 | 11.935 | .05882 |
| 18 | 324 | 5832 | 4.243 | 2.621 | 13.416 | 5.646 | 12.164 | .05556 |
| 19 | 361 | 6859 | 4.359 | 2.668 | 13.784 | 5.749 | 12.386 | .05263 |
| 20 | 400 | 8000 | 4.472 | 2.714 | 14.142 | 5.848 | 12.599 | .0500 |
| 21 | 441 | 9261 | 4.583 | 2.759 | 14.491 | 5.944 | 12.806 | .04762 |
| 22 | 484 | 10648 | 4.690 | 2.802 | 14.832 | 6.037 | 13.006 | .04545 |
| 23 | 529 | 12167 | 4.796 | 2.844 | 15.165 | 6.127 | 13.200 | .04348 |
| 24 | 576 | 13824 | 4.899 | 2.884 | 15.492 | 6.214 | 13.389 | .04167 |
| 25 | 625 | 15625 | 5.000 | 2.924 | 15.811 | 6.300 | 13.572 | .0400 |
| 26 | 676 | 17576 | 5.099 | 2.962 | 16.125 | 6.383 | 13.751 | .03846 |
| 27 | 729 | 19683 | 5.196 | 3.000 | 16.432 | 6.463 | 13.925 | .03704 |
| 28 | 784 | 21952 | 5.292 | 3.037 | 16.733 | 6.542 | 14.095 | .03571 |
| 29 | 841 | 24389 | 5.385 | 3.072 | 17.029 | 6.619 | 14.260 | .03448 |
| 30 | 900 | 27000 | 5.477 | 3.107 | 17.321 | 6.694 | 14.422 | .03333 |
| 31 | 961 | 29791 | 5.568 | 3.141 | 17.607 | 6.768 | 14.581 | 0.3226 |
| 32 | 1024 | 32768 | 5.657 | 3.175 | 17.889 | 6.840 | 14.736 | .03125 |
| 33 | 1089 | 35937 | 5.745 | 3.208 | 18.165 | 6.910 | 14.888 | .03030 |
| 34 | 1156 | 39304 | 5.831 | 3.240 | 18.439 | 6.980 | 15.037 | .02941 |
| 35 | 1225 | 42875 | 5.916 | 3.271 | 18.708 | 7.047 | 15.183 | .02857 |
| 36 | 1296 | 46656 | 6.000 | 3.302 | 18.974 | 7.114 | 15.326 | .02778 |
| 37 | 1369 | 50653 | 6.083 | 3.332 | 19.235 | 7.179 | 15.467 | .02703 |
| 38 | 1444 | 54872 | 6.164 | 3.362 | 19.494 | 7.243 | 15.605 | .02632 |
| 39 | 1521 | 59319 | 6.245 | 3.391 | 19.748 | 7.306 | 15.741 | .02564 |
| 40 | 1600 | 64000 | 6.325 | 3.420 | 20.000 | 7.368 | 15.874 | .0250 |
| 41 | 1681 | 68921 | 6.403 | 3.448 | 20.248 | 7.429 | 16.005 | .0439 |
| 42 | 1764 | 74088 | 6.481 | 3.476 | 20.494 | 7.489 | 16.134 | .02381 |
| 43 | 1849 | 79507 | 6.557 | 3.503 | 20.736 | 7.548 | 16.261 | .02326 |
| 44 | 1936 | 85184 | 6.633 | 3.530 | 20.976 | 7.606 | 16.386 | .02273 |
| 45 | 2025 | 91125 | 6.708 | 3.557 | 21.213 | 7.663 | 16.510 | .02222 |
| 46 | 2116 | 97336 | 6.782 | 3.583 | 21.448 | 7.719 | 16.631 | .02174 |
| 47 | 2209 | 103823 | 6.856 | 3.609 | 21.679 | 7.775 | 16.751 | .02128 |
| 48 | 2304 | 110592 | 6.928 | 3.634 | 21.909 | 7.830 | 16.869 | .02083 |
| 49 | 2401 | 117649 | 7.000 | 3.659 | 22.136 | 7.884 | 16.985 | .02041 |
| 50 | 2500 | 125000 | 7.071 | 3.684 | 22.361 | 7.937 | 17.100 | .020 |

## POWERS, ROOTS AND RECIPROCALS



| $n$ | $n^2$ | $n^3$ | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\sqrt{10n}$ | $\sqrt[3]{10n}$ | $\sqrt[3]{100n}$ | $\frac{1}{n}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 51 | 2601 | 132651 | 7.141 | 3.708 | 22.583 | 7.990 | 17.213 | .01961 |
| 52 | 2704 | 140608 | 7.211 | 3.733 | 22.804 | 8.041 | 17.325 | .01923 |
| 53 | 2809 | 148877 | 7.280 | 3.756 | 23.022 | 8.093 | 17.435 | .01887 |
| 54 | 2916 | 157464 | 7.348 | 3.780 | 23.238 | 8.143 | 17.544 | .01852 |
| 55 | 3025 | 166375 | 7.416 | 3.803 | 23.452 | 8.193 | 17.652 | .01818 |
| 56 | 3136 | 175616 | 7.483 | 3.826 | 23.664 | 8.243 | 17.758 | .01786 |
| 57 | 3449 | 185193 | 7.550 | 3.849 | 23.875 | 8.291 | 17.863 | .01754 |
| 58 | 3364 | 195112 | 7.616 | 3.871 | 24.083 | 8.340 | 17.967 | .01724 |
| 59 | 3481 | 205379 | 7.681 | 3.893 | 24.290 | 8.387 | 18.070 | .01695 |
| 60 | 3600 | 216000 | 7.746 | 3.915 | 24.495 | 8.434 | 18.171 | .01667 |
| 61 | 3721 | 226981 | 7.810 | 3.936 | 24.698 | 8.481 | 18.272 | .01639 |
| 62 | 3844 | 238328 | 7.874 | 3.958 | 24.900 | 8.527 | 18.371 | .01613 |
| 63 | 3969 | 250047 | 7.937 | 3.979 | 25.100 | 8.573 | 18.469 | .01587 |
| 64 | 4096 | 262144 | 8.000 | 4.000 | 25.298 | 8.618 | 18.566 | .01562 |
| 65 | 4225 | 274625 | 8.062 | 4.021 | 25.495 | 8.662 | 18.663 | .01538 |
| 66 | 4356 | 287496 | 8.124 | 4.041 | 25.690 | 8.707 | 18.758 | .01515 |
| 67 | 4489 | 300763 | 8.185 | 4.062 | 25.884 | 8.750 | 18.852 | .01493 |
| 68 | 4624 | 314432 | 8.246 | 4.082 | 26.077 | 8.794 | 18.945 | .01471 |
| 69 | 4761 | 328509 | 8.307 | 4.102 | 26.268 | 8.837 | 19.038 | .01449 |
| 70 | 4900 | 343000 | 8.367 | 4.121 | 26.458 | 8.879 | 19.129 | .01449 |
| 71 | 5041 | 357911 | 8.426 | 4.141 | 26.646 | 8.921 | 19.220 | .01408 |
| 72 | 5184 | 373248 | 8.485 | 4.160 | 26.833 | 8.963 | 19.310 | .01389 |
| 73 | 5329 | 389017 | 8.544 | 4.179 | 27.019 | 9.004 | 19.399 | .01370 |
| 74 | 5476 | 405224 | 8.602 | 4.198 | 27.203 | 9.045 | 19.487 | .01351 |
| 75 | 5625 | 421875 | 8.660 | 4.217 | 27.386 | 9.086 | 19.574 | .01333 |
| 76 | 5776 | 438976 | 8.718 | 4.236 | 27.568 | 9.126 | 19.661 | .01316 |
| 77 | 5929 | 456533 | 8.775 | 4.254 | 27.749 | 9.166 | 19.747 | .01299 |
| 78 | 6084 | 474552 | 8.832 | 4.273 | 27.928 | 9.205 | 19.832 | .01282 |
| 79 | 6241 | 493039 | 8.888 | 4.291 | 28.107 | 9.244 | 19.916 | .01266 |
| 80 | 6400 | 512000 | 8.944 | 4.309 | 28.284 | 9.283 | 20.000 | .01250 |
| 81 | 6561 | 531441 | 9.000 | 4.327 | 28.460 | 9.322 | 20.083 | .01235 |
| 82 | 6724 | 551368 | 9.055 | 4.344 | 28.636 | 9.360 | 20.165 | .01220 |
| 83 | 6889 | 571787 | 9.110 | 4.362 | 28.810 | 9.398 | 20.247 | .01205 |
| 84 | 7056 | 592704 | 9.165 | 4.380 | 28.983 | 9.435 | 20.328 | .01190 |
| 85 | 7225 | 614125 | 9.220 | 4.397 | 29.155 | 9.473 | 20.408 | .01376 |
| 86 | 7396 | 636056 | 9.274 | 4.414 | 29.326 | 9.510 | 20.488 | .01163 |
| 87 | 7569 | 658503 | 9.327 | 4.431 | 29.496 | 9.546 | 20.567 | .01149 |
| 88 | 7744 | 681472 | 9.381 | 4.448 | 29.665 | 9.583 | 20.646 | .01136 |
| 89 | 7921 | 704969 | 9.434 | 4.465 | 29.833 | 9.619 | 20.724 | .01124 |
| 90 | 8100 | 729000 | 9.481 | 4.481 | 30.000 | 9.655 | 20.801 | .01111 |
| 91 | 8281 | 753571 | 9.539 | 4.498 | 30.166 | 9.691 | 20.878 | .01099 |
| 92 | 8464 | 778688 | 9.592 | 4.514 | 30.332 | 9.726 | 20.954 | .01087 |
| 93 | 8649 | 804357 | 9.644 | 4.531 | 30.496 | 9.761 | 21.029 | .01075 |
| 94 | 8836 | 830584 | 9.695 | 4.547 | 30.659 | 9.796 | 21.205 | .0164 |
| 95 | 9025 | 857375 | 9.747 | 4.563 | 30.822 | 9.830 | 21.179 | .01053 |
| 96 | 9316 | 884736 | 9.798 | 4.579 | 30.984 | 9.865 | 21.253 | .01042 |
| 97 | 9409 | 912673 | 9.849 | 4.595 | 31.145 | 9.899 | 21.327 | .01031 |
| 98 | 9604 | 941192 | 9.899 | 4.610 | 31.305 | 9.933 | 21.400 | .01020 |
| 99 | 9801 | 970299 | 9.950 | 4.626 | 31.464 | 9.967 | 21.472 | .01010 |
| 100 | 10000 | 1000000 | 10.000 | 4.642 | 31.623 | 10.000 | 21.544 | .0100 |

## NATURAL SINES

| Degrees | 0' | 6' | 12' | 18' | 24' | 30' | 36' | 42' | 48' | 54' | Mean Differences | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0°.0 | 0°.1 | 0°.2 | 0°.3 | 0°.4 | 0°.5 | 0°.6 | 0°.7 | 0°.8 | 0°.9 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 0 | .0000 | 0017 | 0035 | 0052 | 0070 | 0087 | 0105 | 0122 | 0140 | 0157 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 1 | .0175 | 0192 | 0209 | 0227 | 0244 | 0262 | 0279 | 0297 | 0314 | 0332 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 2 | .0349 | 0366 | 0384 | 0401 | 0419 | 0436 | 0454 | 0471 | 0488 | 0506 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 3 | .0523 | 0541 | 0558 | 0576 | 0593 | 0610 | 0628 | 0645 | 0663 | 0680 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 4 | .0698 | 0715 | 0732 | 0750 | 0767 | 0785 | 0802 | 0819 | 0837 | 0854 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 5 | .0872 | 1889 | 0906 | 0924 | 1941 | 1958 | 1976 | 1993 | 1011 | 1028 | 3 | 6 | 9 | 12 | 14 |
| 6 | .1045 | 1063 | 1080 | 1097 | 1115 | 1132 | 1149 | 1167 | 1184 | 1201 | 3 | 6 | 9 | 12 | 14 |
| 7 | .1219 | 1236 | 1253 | 1271 | 1288 | 1305 | 1323 | 1340 | 1357 | 1374 | 3 | 6 | 9 | 12 | 14 |
| 8 | .1392 | 1409 | 1426 | 1444 | 1461 | 1478 | 1495 | 1513 | 1530 | 1547 | 3 | 6 | 9 | 12 | 14 |
| 9 | .1564 | 1582 | 1599 | 1616 | 1633 | 1650 | 1668 | 1685 | 1702 | 1719 | 3 | 6 | 9 | 12 | 14 |
| 10 | .1736 | 1754 | 1771 | 1788 | 1805 | 1822 | 1840 | 1857 | 1874 | 1891 | 3 | 6 | 9 | 12 | 14 |
| 11 | .1908 | 1925 | 1942 | 1959 | 1977 | 1994 | 1011 | 1028 | 1045 | 1062 | 3 | 6 | 9 | 11 | 14 |
| 12 | .2079 | 2096 | 2113 | 2130 | 2147 | 2164 | 2181 | 2198 | 2215 | 2232 | 3 | 6 | 9 | 11 | 14 |
| 13 | .2250 | 2267 | 2284 | 2300 | 2317 | 2334 | 2351 | 2368 | 2385 | 2402 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 |
| 14 | .2419 | 2436 | 2453 | 2470 | 2487 | 2504 | 2521 | 2538 | 2554 | 2571 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 |
| 15 | .2588 | 2605 | 2622 | 2639 | 2656 | 2672 | 2689 | 2706 | 2723 | 2740 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 |
| 16 | .2756 | 2773 | 2790 | 2807 | 2823 | 2840 | 2857 | 2874 | 2890 | 2907 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 |
| 17 | .2924 | 2940 | 2957 | 2974 | 2990 | 2007 | 2024 | 2040 | 2057 | 2074 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 |
| 18 | .3090 | 3107 | 3123 | 3140 | 3156 | 3173 | 3190 | 3206 | 3223 | 3239 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 |
| 19 | .3256 | 3272 | 3289 | 3305 | 3322 | 3338 | 3355 | 3371 | 3387 | 3404 | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 |
| 20 | .3420 | 3437 | 3453 | 3469 | 3486 | 3502 | 3518 | 3535 | 3551 | 3567 | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 |
| 21 | .3584 | 3600 | 3616 | 3633 | 3649 | 3665 | 3681 | 3697 | 3714 | 3730 | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 |
| 22 | .3746 | 3762 | 3778 | 3795 | 3811 | 3827 | 3843 | 3859 | 3875 | 3891 | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 |
| 23 | .3907 | 3923 | 3939 | 3955 | 3971 | 3987 | 3003 | 3019 | 3035 | 3051 | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 |
| 24 | .4067 | 4083 | 4099 | 4115 | 4131 | 4147 | 4163 | 4179 | 4195 | 4210 | 3 | 5 | 8 | 11 | 13 |
| 25 | .4226 | 4242 | 4258 | 4274 | 4289 | 4305 | 4321 | 4337 | 4352 | 4368 | 3 | 5 | 8 | 11 | 13 |
| 26 | .4384 | 4399 | 4415 | 4431 | 4446 | 4462 | 4478 | 4493 | 4509 | 4524 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 |
| 27 | .4540 | 4555 | 4571 | 4586 | 4602 | 4617 | 4633 | 4684 | 4664 | 4679 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 |
| 28 | .4695 | 4710 | 4726 | 4741 | 4756 | 4772 | 4787 | 4802 | 4818 | 4833 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 |
| 29 | .4848 | 4863 | 4879 | 4894 | 4909 | 4924 | 4939 | 4955 | 4970 | 4985 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 |
| 30 | .5000 | 5015 | 5030 | 5045 | 5060 | 5075 | 5090 | 5105 | 5120 | 5135 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 |
| 31 | .5150 | 5165 | 5180 | 5195 | 5210 | 5225 | 5240 | 5255 | 5270 | 5284 | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 |
| 32 | .5299 | 5314 | 5329 | 5344 | 5358 | 5373 | 5388 | 5402 | 5417 | 5432 | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 |
| 33 | .5446 | 5461 | 5476 | 5490 | 5505 | 5519 | 5534 | 5548 | 5563 | 5577 | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 |
| 34 | .5592 | 5606 | 5621 | 5635 | 5650 | 5664 | 5678 | 5693 | 5707 | 5721 | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 |
| 35 | .5736 | 5750 | 5764 | 5779 | 5793 | 5807 | 5821 | 5835 | 5850 | 5864 | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 |
| 36 | .5878 | 5892 | 5906 | 5920 | 5934 | 5948 | 5962 | 5976 | 5990 | 5004 | 2 | 5 | 7 | 9 | 12 |
| 37 | .5018 | 6032 | 6046 | 6060 | 6074 | 6088 | 6101 | 6115 | 6129 | 6143 | 2 | 5 | 7 | 9 | 12 |
| 38 | .6157 | 6170 | 6184 | 6198 | 6211 | 6225 | 6239 | 6252 | 6266 | 6280 | 2 | 5 | 7 | 9 | 11 |
| 39 | .6293 | 6307 | 6320 | 6334 | 6347 | 6361 | 6374 | 6383 | 6401 | 6414 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 |
| 40 | .6428 | 6441 | 6455 | 6468 | 6491 | 6494 | 6508 | 6521 | 6534 | 6547 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 |
| 41 | .6561 | 6574 | 6587 | 6800 | 6613 | 6626 | 6639 | 6652 | 6665 | 6678 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 |
| 42 | .6691 | 6704 | 6717 | 6730 | 6743 | 6756 | 6769 | 6782 | 6794 | 6807 | 2 | 4 | 6 | 9 | 11 |
| 43 | .6820 | 6833 | 6845 | 6858 | 6871 | 6884 | 6896 | 6909 | 6921 | 6934 | 2 | 4 | 6 | 8 | 11 |
| 44 | .6947 | 6959 | 6972 | 6984 | 6997 | 7009 | 7022 | 7034 | 7046 | 7059 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |

## NATURAL SINES

| Degrees | 0' | 6' | 12' | 18' | 24' | 30' | 36' | 42' | 48' | 54' | Mean Differences | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0°.0 | 0°.1 | 0°.2 | 0°.3 | 0°.4 | 0°.5 | 0°.6 | 0°.7 | 0°.8 | 0°.9 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 45 | .7071 | 7083 | 7096 | 7108 | 7120 | 7133 | 7145 | 7157 | 7169 | 7181 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 46 | .7193 | 7206 | 7218 | 7230 | 7242 | 7254 | 7266 | 7278 | 7290 | 7302 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 47 | .7314 | 7325 | 7337 | 7349 | 7361 | 7373 | 7385 | 7396 | 7408 | 7420 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 48 | .7431 | 7443 | 7455 | 7466 | 7478 | 7490 | 7510 | 7513 | 7524 | 7536 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 49 | .7547 | 7558 | 7570 | 7581 | 7593 | 7604 | 7615 | 7627 | 7638 | 7649 | 2 | 4 | 6 | 8 | 9 |
| 50 | .7660 | 7672 | 7683 | 7694 | 7705 | 7716 | 7727 | 7738 | 7749 | 7760 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9 |
| 51 | .7771 | 7782 | 7793 | 7804 | 7815 | 7826 | 7837 | 7848 | 7859 | 7869 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 |
| 52 | .7880 | 7891 | 7902 | 7912 | 7923 | 7934 | 7844 | 7955 | 7965 | 7976 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 |
| 53 | .7986 | 7997 | 8007 | 8018 | 8028 | 8039 | 8049 | 8059 | 8070 | 8080 | 2 | 3 | 5 | 7 | 9 |
| 54 | .8090 | 8100 | 8111 | 8121 | 8131 | 8141 | 8151 | 8161 | 8171 | 8181 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 |
| 55 | .8192 | 8202 | 8211 | 8221 | 8231 | 8241 | 8251 | 8261 | 8271 | 8281 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 |
| 56 | .8290 | 8300 | 8310 | 8320 | 8329 | 8339 | 8348 | 8358 | 8668 | 8377 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 |
| 57 | .8387 | 8396 | 8406 | 8415 | 8425 | 8434 | 8443 | 8353 | 8462 | 8471 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 |
| 58 | .8480 | 8490 | 8499 | 8508 | 8517 | 8526 | 8536 | 8545 | 8554 | 8563 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 |
| 59 | .8572 | 8581 | 8590 | 8599 | 8607 | 8616 | 8625 | 8634 | 8643 | 8652 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 |
| 60 | .8660 | 8669 | 8678 | 8686 | 8695 | 8704 | 8712 | 8721 | 8729 | 8738 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 |
| 61 | .8746 | 8755 | 8763 | 8771 | 8780 | 8788 | 8796 | 8805 | 8813 | 8821 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 |
| 62 | .8829 | 8838 | 8846 | 8854 | 8862 | 8870 | 8378 | 8886 | 8894 | 8902 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 |
| 63 | .8910 | 8918 | 8926 | 8934 | 8942 | 8949 | 8957 | 8965 | 8973 | 8980 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 64 | .8988 | 8996 | 9003 | 9011 | 9018 | 9026 | 9033 | 9041 | 9048 | 9056 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 65 | .9063 | 9070 | 9078 | 9085 | 9092 | 9100 | 9107 | 9114 | 9121 | 9128 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 |
| 66 | .9135 | 9143 | 9150 | 9157 | 9164 | 9171 | 9178 | 9184 | 9191 | 9198 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 |
| 67 | .9205 | 9212 | 9219 | 9225 | 9232 | 9239 | 9248 | 9252 | 9259 | 9265 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 |
| 68 | .9272 | 9278 | 9285 | 9291 | 9298 | 9304 | 9311 | 9317 | 9323 | 9330 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 69 | .9336 | 9342 | 9348 | 9354 | 9361 | 9367 | 9373 | 9379 | 9385 | 9391 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 70 | .9397 | 9403 | 9409 | 9415 | 9421 | 9426 | 9432 | 9438 | 9444 | 9449 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 71 | .9455 | 9461 | 9466 | 9472 | 9478 | 9483 | 9489 | 9494 | 9500 | 9505 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 72 | .9511 | 9516 | 9521 | 9527 | 9532 | 9537 | 9542 | 9548 | 9553 | 9558 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| 73 | .9563 | 9568 | 9573 | 9578 | 9583 | 9588 | 9593 | 9598 | 9603 | 9608 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 |
| 74 | .9613 | 9617 | 9622 | 9627 | 9632 | 9639 | 9641 | 9646 | 9650 | 9655 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 |
| 75 | .9659 | 9664 | 9668 | 9673 | 9677 | 9681 | 9686 | 9690 | 9694 | 9699 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 76 | .9703 | 9707 | 9711 | 9715 | 9720 | 9724 | 9728 | 9732 | 9736 | 9740 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 |
| 77 | .9744 | 9748 | 9751 | 9755 | 9759 | 9763 | 9767 | 9770 | 9774 | 9778 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 |
| 78 | .9781 | 9785 | 9789 | 9792 | 9796 | 9777 | 9803 | 9806 | 9810 | 9813 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 |
| 79 | .9816 | 9820 | 9823 | 9826 | 9829 | 9833 | 9836 | 9839 | 9842 | 9845 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 |
| 80 | .9848 | 9851 | 9854 | 9857 | 9860 | 9863 | 9866 | 9869 | 9871 | 9874 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 81 | .9877 | 9880 | 9882 | 9885 | 9888 | 9890 | 9893 | 9895 | 9898 | 9900 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 82 | .9903 | 9905 | 9907 | 9910 | 9912 | 9914 | 9917 | 9919 | 9921 | 9923 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 83 | .9925 | 9928 | 9930 | 9932 | 9934 | 9936 | 9938 | 9940 | 9942 | 9943 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 84 | .9945 | 9947 | 9949 | 9951 | 9952 | 9954 | 9956 | 9957 | 9959 | 9960 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 85 | .9962 | 9963 | 9965 | 9966 | 9968 | 9969 | 9971 | 9972 | 9973 | 9974 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 86 | .9976 | 9977 | 9978 | 9979 | 9980 | 9981 | 9982 | 9983 | 9984 | 9985 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 87 | .9986 | 9987 | 9988 | 9989 | 9990 | 9990 | 9991 | 9992 | 9993 | 9993 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 88 | .9994 | 9995 | 9995 | 9996 | 9996 | 9997 | 9997 | 9997 | 9998 | 9998 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 89 | .9998 | 9999 | 9999 | 9999 | 9999 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 90 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | |

## NATURAL COSINES

| Degrees | 0' | 6' | 12' | 18' | 24' | 30' | 36' | 42' | 48' | 54' | Mean Differences | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0°.0 | 0°.1 | 0°.2 | 0°.3 | 0°.4 | 0°.5 | 0°.6 | 0°.7 | 0°.8 | 0°.9 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 0 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 9999 | 9999 | 9999 | 9999 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | .9998 | 9998 | 9998 | 9997 | 9997 | 9997 | 9996 | 9996 | 9995 | 9995 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | .9994 | 9993 | 9993 | 9992 | 9991 | 9990 | 9990 | 9989 | 9988 | 9987 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 3 | .9986 | 9985 | 9984 | 9983 | 9982 | 9981 | 9980 | 9979 | 9978 | 9977 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | .9976 | 9974 | 9973 | 9972 | 9971 | 9969 | 9968 | 9966 | 9965 | 9963 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | .9962 | 9960 | 9959 | 9957 | 9956 | 9954 | 9952 | 9951 | 9949 | 9947 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 6 | .9945 | 9943 | 9942 | 9940 | 9938 | 9936 | 9934 | 9932 | 9930 | 9928 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 7 | .9925 | 9923 | 9921 | 9919 | 9917 | 9914 | 9912 | 9910 | 9907 | 9905 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 8 | .9903 | 9900 | 9898 | 9895 | 9893 | 9890 | 9888 | 9885 | 9882 | 9880 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 9 | .9877 | 9874 | 9871 | 9869 | 9866 | 9863 | 9860 | 9857 | 9854 | 9851 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 10 | .9848 | 9875 | 9842 | 9839 | 9836 | 9833 | 9829 | 9826 | 9823 | 9820 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 |
| 11 | .9816 | 9813 | 9810 | 9806 | 9803 | 9799 | 9796 | 9792 | 9789 | 9785 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 |
| 12 | .9781 | 9778 | 9774 | 9770 | 9767 | 9763 | 9759 | 9755 | 9751 | 9748 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 |
| 13 | .9744 | 9740 | 9736 | 9732 | 9728 | 9724 | 9720 | 9715 | 9711 | 9707 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 |
| 14 | .9703 | 9699 | 9694 | 9690 | 9686 | 9681 | 9677 | 9673 | 9668 | 9664 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 15 | .9659 | 9655 | 9650 | 9646 | 9641 | 9636 | 9632 | 9627 | 9622 | 9617 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 |
| 16 | .9613 | 9608 | 9603 | 9598 | 9593 | 9588 | 9583 | 9578 | 9573 | 9568 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 |
| 17 | .9563 | 9558 | 9553 | 9548 | 9542 | 9537 | 9532 | 9527 | 9521 | 9516 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| 18 | .9511 | 9505 | 9500 | 9494 | 9489 | 9483 | 9478 | 9472 | 9466 | 9461 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 19 | .9455 | 9449 | 9444 | 9438 | 9432 | 9426 | 9421 | 9415 | 9499 | 9403 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 20 | .9397 | 9391 | 9385 | 9379 | 9373 | 9367 | 9361 | 9354 | 9348 | 9342 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 21 | .9336 | 9330 | 9323 | 9317 | 9311 | 9304 | 9298 | 9291 | 9285 | 9278 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 22 | .9272 | 9265 | 9259 | 9252 | 9245 | 9239 | 9232 | 9225 | 9219 | 9212 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 |
| 23 | .9205 | 9198 | 9191 | 9184 | 9178 | 9171 | 9164 | 9157 | 9150 | 9143 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 |
| 24 | .9135 | 9128 | 9121 | 9114 | 9107 | 9100 | 9092 | 9085 | 9078 | 9070 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 |
| 25 | .9063 | 9056 | 9048 | 9041 | 9033 | 9026 | 9018 | 9011 | 9003 | 8996 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 26 | .8988 | 8980 | 8973 | 8965 | 8957 | 8949 | 8942 | 8934 | 8926 | 8918 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 27 | .8910 | 8802 | 8894 | 8886 | 8878 | 8870 | 8862 | 8854 | 8846 | 8838 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 |
| 28 | .8829 | 8821 | 8813 | 8805 | 8796 | 8788 | 8780 | 8771 | 8763 | 8755 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 |
| 29 | .8746 | 8738 | 8729 | 8721 | 8712 | 8704 | 8695 | 8686 | 8678 | 8669 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 |
| 30 | .8660 | 8652 | 8643 | 8634 | 8625 | 8616 | 8607 | 8599 | 8590 | 8581 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 |
| 31 | .8572 | 8563 | 8554 | 8545 | 8536 | 8526 | 8517 | 8508 | 8499 | 8490 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 |
| 32 | .8480 | 8471 | 8462 | 8453 | 8443 | 8434 | 8425 | 8415 | 8406 | 8396 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 |
| 33 | .8387 | 8377 | 8368 | 8358 | 8348 | 8339 | 8329 | 8320 | 8310 | 8300 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 |
| 34 | .8290 | 8281 | 8271 | 8261 | 8251 | 8241 | 8231 | 8221 | 8211 | 8202 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 |
| 35 | .8192 | 8181 | 8171 | 8161 | 8151 | 8141 | 8131 | 8121 | 8111 | 8100 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 |
| 36 | .8090 | 8080 | 8070 | 8059 | 8049 | 8039 | 8028 | 8018 | 8007 | 7997 | 2 | 3 | 5 | 7 | 9 |
| 37 | .7986 | 7976 | 7965 | 7955 | 7944 | 7934 | 7923 | 7912 | 7902 | 7891 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 |
| 38 | .7880 | 7869 | 7859 | 7848 | 7837 | 7826 | 7815 | 7804 | 7893 | 7782 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 |
| 39 | .7771 | 7760 | 7749 | 7738 | 7727 | 7716 | 7705 | 7694 | 7683 | 7672 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9 |
| 40 | .7660 | 7649 | 7638 | 7627 | 7615 | 7604 | 7593 | 7581 | 7570 | 7559 | 2 | 4 | 6 | 8 | 9 |
| 41 | .7547 | 7536 | 7524 | 7513 | 7501 | 7490 | 7478 | 7466 | 7455 | 7443 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 42 | .7431 | 7420 | 7408 | 7396 | 7385 | 7373 | 7361 | 7349 | 7337 | 7325 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 43 | .7314 | 7302 | 7290 | 7278 | 7266 | 7254 | 7242 | 7230 | 7218 | 7206 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 44 | .7193 | 7181 | 7169 | 7157 | 7145 | 7133 | 7120 | 7108 | 7096 | 7083 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |

## NATURAL COSINES

| Degrees | 0' | 6' | 12' | 18' | 24' | 30' | 36' | 42' | 48' | 54' | Mean Differences | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0°.0 | 0°.1 | 0°.2 | 0°.3 | 0°.4 | 0°.5 | 0°.6 | 0°.7 | 0°.8 | 0°.9 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 45 | .7071 | 7059 | 7046 | 7034 | 7022 | 7009 | 6997 | 6984 | 6972 | 6959 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 46 | .6947 | 6934 | 6921 | 6909 | 6896 | 6884 | 6871 | 6858 | 6845 | 6833 | 2 | 4 | 6 | 8 | 11 |
| 47 | .6820 | 6807 | 6794 | 6782 | 6769 | 6756 | 6743 | 6730 | 6717 | 6704 | 2 | 4 | 6 | 9 | 11 |
| 48 | .6691 | 6678 | 6665 | 6652 | 6639 | 6626 | 6613 | 6600 | 6587 | 6574 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 |
| 49 | .6561 | 6547 | 6534 | 6521 | 6508 | 6494 | 6481 | 6468 | 6455 | 6441 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 |
| 50 | .6428 | 6414 | 6401 | 6388 | 6374 | 6361 | 6347 | 6334 | 6230 | 6307 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 |
| 51 | .6293 | 6280 | 6266 | 6252 | 6239 | 6225 | 6211 | 6198 | 6184 | 6170 | 2 | 5 | 7 | 9 | 11 |
| 52 | .6157 | 6143 | 6129 | 6115 | 6101 | 6088 | 6074 | 6060 | 6046 | 6032 | 2 | 5 | 7 | 9 | 12 |
| 53 | .6018 | 6004 | 5990 | 5976 | 5962 | 5948 | 5934 | 5920 | 5906 | 5892 | 2 | 5 | 7 | 9 | 12 |
| 54 | .5878 | 5864 | 5850 | 5835 | 5821 | 5807 | 5793 | 5779 | 5764 | 5750 | 2 | 5 | 7 | 9 | 12 |
| 55 | .5736 | 5721 | 5707 | 5693 | 5678 | 5664 | 5650 | 5635 | 5621 | 5606 | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 |
| 56 | .5592 | 5577 | 5563 | 5548 | 5534 | 5519 | 5505 | 5490 | 5476 | 5461 | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 |
| 57 | .5446 | 5432 | 5417 | 5402 | 5388 | 5373 | 5358 | 5344 | 5329 | 5314 | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 |
| 58 | .5299 | 5284 | 5270 | 5255 | 5240 | 5225 | 5210 | 5195 | 5180 | 5165 | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 |
| 59 | .5150 | 5135 | 5120 | 5105 | 5090 | 5075 | 5060 | 5045 | 5030 | 5015 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 |
| 60 | .5000 | 4985 | 4970 | 4955 | 4939 | 4924 | 4909 | 4894 | 4879 | 4863 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 |
| 61 | .4848 | 4833 | 4818 | 4802 | 4787 | 4772 | 4756 | 4741 | 4726 | 4710 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 |
| 62 | .4695 | 4679 | 4664 | 4648 | 4633 | 4617 | 4602 | 4586 | 4571 | 4555 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 |
| 63 | .4540 | 4524 | 4509 | 4493 | 4478 | 4462 | 4446 | 4431 | 4415 | 4399 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 |
| 64 | .4384 | 4368 | 4332 | 4337 | 4321 | 4305 | 4289 | 4274 | 4258 | 4242 | 3 | 5 | 8 | 11 | 13 |
| 65 | .4226 | 4210 | 4195 | 4179 | 4163 | 4147 | 4131 | 4115 | 4099 | 4083 | 3 | 5 | 8 | 11 | 13 |
| 66 | .4067 | 4051 | 4035 | 4019 | 4003 | 3987 | 3971 | 3955 | 3939 | 3923 | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 |
| 67 | .3907 | 3891 | 3875 | 3859 | 3843 | 3827 | 3811 | 3795 | 3778 | 3762 | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 |
| 68 | .3746 | 3730 | 3714 | 3697 | 3681 | 3665 | 3649 | 3633 | 3616 | 3600 | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 |
| 69 | .3584 | 3567 | 3551 | 3535 | 3518 | 3502 | 3486 | 3469 | 3453 | 3437 | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 |
| 70 | .3420 | 3404 | 3387 | 3371 | 3355 | 3338 | 3322 | 3305 | 3289 | 3272 | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 |
| 71 | .3256 | 3239 | 3223 | 3206 | 3190 | 3173 | 3156 | 3140 | 3123 | 3107 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 |
| 72 | .3090 | 3074 | 3057 | 3040 | 3024 | 3007 | 2990 | 2974 | 2957 | 2940 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 |
| 73 | .2924 | 2907 | 2890 | 2874 | 2857 | 2840 | 2823 | 2807 | 2790 | 2773 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 |
| 74 | .2756 | 2740 | 2723 | 2706 | 2689 | 2672 | 2656 | 2639 | 2622 | 2605 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 |
| 75 | .2588 | 2571 | 2554 | 2538 | 2521 | 2504 | 2487 | 2470 | 2453 | 2436 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 |
| 76 | .2419 | 2402 | 2385 | 2368 | 2351 | 2334 | 2317 | 2300 | 2284 | 2267 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 |
| 77 | .2250 | 2233 | 2215 | 2198 | 2181 | 2164 | 2147 | 2130 | 2113 | 2096 | 3 | 6 | 9 | 11 | 14 |
| 78 | .2079 | 2062 | 2045 | 2028 | 2011 | 1194 | 1977 | 1959 | 1942 | 1925 | 3 | 6 | 9 | 11 | 14 |
| 79 | .1908 | 1891 | 1874 | 1857 | 1840 | 1822 | 1805 | 1788 | 1771 | 1754 | 3 | 6 | 9 | 11 | 14 |
| 80 | .1736 | 1719 | 1702 | 1685 | 1668 | 1650 | 1633 | 1616 | 1599 | 1582 | 3 | 6 | 9 | 12 | 14 |
| 81 | .1564 | 1547 | 1530 | 1513 | 1495 | 1478 | 1461 | 1444 | 1426 | 1409 | 3 | 6 | 9 | 12 | 14 |
| 82 | .1392 | 1374 | 1357 | 1340 | 1323 | 1305 | 1288 | 1271 | 1253 | 1236 | 3 | 6 | 9 | 12 | 14 |
| 83 | .1219 | 1201 | 1184 | 1167 | 1149 | 1132 | 1115 | 1097 | 1080 | 1063 | 3 | 6 | 9 | 12 | 14 |
| 84 | .1045 | 1028 | 1011 | 0993 | 0976 | 0958 | 0941 | 0924 | 0906 | 0889 | 3 | 6 | 9 | 12 | 14 |
| 85 | .0872 | 0854 | 0837 | 0819 | 0802 | 0785 | 0767 | 0750 | 0732 | 0715 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 86 | .0698 | 0680 | 0663 | 0645 | 0628 | 0610 | 0593 | 0576 | 0558 | 0541 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 87 | .0523 | 0506 | 0488 | 0471 | 0454 | 0436 | 0419 | 0401 | 0384 | 0366 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 88 | .0349 | 0332 | 0314 | 0297 | 0279 | 0262 | 0244 | 0227 | 0209 | 0192 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 89 | .0175 | 0157 | 0140 | 0122 | 0105 | 0087 | 0070 | 0052 | 0035 | 0017 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 90 | .0000 | | | | | | | | | | | | | | |

# NATURAL TANGENTS

| | 0′<br>0°·0 | 6′<br>0°·1 | 12′<br>0°·2 | 18′<br>0°·3 | 24′<br>0°·4 | 30′<br>0°·5 | 36′<br>0°·6 | 42′<br>0°·7 | 48′<br>0°·8 | 54′<br>0°·9 | Mean Defferences | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ |
| 0 | ·0000 | 0017 | 0035 | 0052 | 0070 | 0087 | 0105 | 0122 | 0140 | 0157 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 1 | ·0175 | 0192 | 0209 | 0227 | 0244 | 0262 | 0279 | 0297 | 0314 | 0332 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 2 | ·0349 | 0367 | 0384 | 0402 | 0419 | 0437 | 0454 | 0472 | 0489 | 0507 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 3 | ·0524 | 0542 | 0559 | 0577 | 0594 | 0612 | 0629 | 0647 | 0664 | 0682 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 4 | ·0699 | 0717 | 0734 | 0752 | 0769 | 0787 | 0805 | 0822 | 0840 | 0857 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 5 | ·0875 | 0892 | 0910 | 0928 | 0945 | 0963 | 0981 | 0998 | 1016 | 1033 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 6 | ·1051 | 1069 | 1086 | 1104 | 1122 | 1139 | 1157 | 1175 | 1192 | 1210 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 7 | ·1228 | 1246 | 1263 | 1281 | 1299 | 1317 | 1334 | 1352 | 1370 | 1388 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 8 | ·1405 | 1423 | 1441 | 1459 | 1477 | 1495 | 1512 | 1530 | 1548 | 1566 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 9 | ·1584 | 1602 | 1620 | 1638 | 1655 | 1673 | 1691 | 1709 | 1727 | 1745 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 10 | ·1763 | 1781 | 1799 | 1817 | 1835 | 1853 | 1871 | 1890 | 1908 | 1926 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 11 | ·1944 | 1962 | 1980 | 1998 | 2016 | 2035 | 2053 | 2071 | 2089 | 2107 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 12 | ·2126 | 2144 | 2162 | 2180 | 2199 | 2217 | 2235 | 2254 | 2272 | 2290 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 13 | ·2309 | 2327 | 2345 | 2364 | 2382 | 2401 | 2419 | 2438 | 2456 | 2475 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 14 | ·2493 | 2512 | 2530 | 2549 | 2568 | 2586 | 2605 | 2623 | 2642 | 2661 | 3 | 6 | 9 | 12 | 16 |
| 15 | ·2679 | 2698 | 2717 | 2736 | 2754 | 2773 | 2792 | 2811 | 2830 | 2849 | 3 | 6 | 9 | 13 | 16 |
| 16 | ·2867 | 2886 | 2905 | 2924 | 2943 | 2962 | 2981 | 3000 | 3019 | 3038 | 3 | 6 | 9 | 13 | 16 |
| 17 | ·3057 | 3076 | 3096 | 3115 | 3134 | 3153 | 3172 | 3191 | 3211 | 3230 | 3 | 6 | 10 | 13 | 16 |
| 18 | ·3249 | 3269 | 3288 | 3307 | 3327 | 3346 | 3365 | 3385 | 3404 | 3424 | 3 | 6 | 10 | 13 | 16 |
| 19 | ·3443 | 3463 | 3482 | 3502 | 3522 | 3541 | 3561 | 3581 | 3600 | 3620 | 3 | 7 | 10 | 13 | 16 |
| 20 | ·3640 | 3659 | 3679 | 3699 | 3719 | 3739 | 3759 | 3779 | 3799 | 3819 | 3 | 7 | 10 | 13 | 17 |
| 21 | ·3839 | 3859 | 3879 | 3899 | 3919 | 3939 | 3959 | 3979 | 4000 | 4020 | 3 | 7 | 10 | 13 | 17 |
| 22 | ·4040 | 4061 | 4081 | 4101 | 4122 | 4142 | 4163 | 4183 | 4204 | 4224 | 3 | 7 | 10 | 14 | 17 |
| 23 | ·4245 | 4265 | 4286 | 4307 | 4327 | 4348 | 4369 | 4390 | 4411 | 4431 | 3 | 7 | 10 | 14 | 17 |
| 24 | ·4452 | 4473 | 4494 | 4515 | 4536 | 4557 | 4578 | 4599 | 4621 | 4642 | 4 | 7 | 11 | 14 | 18 |
| 25 | ·4663 | 4684 | 4706 | 4727 | 4748 | 4770 | 4791 | 4813 | 4834 | 4856 | 4 | 7 | 11 | 14 | 18 |
| 26 | ·4877 | 4899 | 4921 | 4942 | 4964 | 4986 | 5008 | 5029 | 5051 | 5073 | 4 | 7 | 11 | 15 | 18 |
| 27 | ·5095 | 5117 | 5139 | 5161 | 5184 | 5206 | 5228 | 5250 | 5272 | 5295 | 4 | 7 | 11 | 15 | 18 |
| 28 | ·5317 | 5340 | 5362 | 5384 | 5407 | 5430 | 5452 | 5475 | 5198 | 5520 | 4 | 8 | 11 | 15 | 19 |
| 29 | ·5543 | 5566 | 5589 | 5612 | 5635 | 5658 | 5681 | 5704 | 5727 | 5750 | 4 | 8 | 12 | 15 | 19 |
| 30 | ·5774 | 5797 | 5820 | 5844 | 5867 | 5890 | 5914 | 5938 | 5961 | 5985 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 |
| 31 | ·6009 | 6032 | 6056 | 6089 | 6104 | 6128 | 6152 | 6126 | 6200 | 6224 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 |
| 32 | ·6249 | 6273 | 6297 | 6322 | 6346 | 6371 | 6395 | 6420 | 6445 | 6469 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 |
| 33 | ·6494 | 6519 | 6544 | 6569 | 6594 | 6619 | 6644 | 6669 | 6694 | 6720 | 4 | 8 | 13 | 17 | 21 |
| 34 | ·6745 | 6771 | 6796 | 6822 | 6847 | 6873 | 699 | 6924 | 6950 | 6976 | 4 | 9 | 13 | 17 | 21 |
| 35 | ·7002 | 7028 | 7054 | 7060 | 7107 | 7133 | 7159 | 7186 | 7212 | 7239 | 4 | 9 | 13 | 18 | 22 |
| 36 | ·7265 | 7292 | 7319 | 7346 | 7373 | 7400 | 7427 | 7454 | 7481 | 7508 | 5 | 9 | 14 | 18 | 23 |
| 37 | ·7536 | 7563 | 7590 | 7618 | 7646 | 7673 | 7701 | 7729 | 7757 | 7785 | 5 | 9 | 14 | 18 | 23 |
| 38 | ·7813 | 7841 | 7869 | 7898 | 7926 | 7954 | 7983 | 8012 | 8040 | 8069 | 5 | 9 | 14 | 19 | 24 |
| 39 | ·8008 | 8127 | 8156 | 8185 | 8214 | 8243 | 8273 | 8302 | 8332 | 8361 | 5 | 10 | 15 | 20 | 24 |
| 40 | ·8391 | 8421 | 8451 | 8481 | 8511 | 8541 | 8571 | 8601 | 8632 | 8662 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |
| 41 | ·8693 | 8724 | 8754 | 8785 | 8816 | 8847 | 8878 | 8910 | 8941 | 8972 | 5 | 10 | 16 | 21 | 26 |
| 42 | ·9004 | 9036 | 9067 | 9099 | 9131 | 9163 | 9195 | 9228 | 9260 | 9293 | 5 | 11 | 16 | 21 | 27 |
| 43 | ·9325 | 9358 | 9391 | 9424 | 9457 | 9490 | 9523 | 9556 | 9590 | 9623 | 6 | 11 | 17 | 22 | 28 |
| 44 | ·9657 | 9691 | 9725 | 9759 | 9793 | 9827 | 9861 | 9896 | 9930 | 9965 | 6 | 11 | 17 | 23 | 29 |

## NATURAL TANGENTS

| | 0′ | 6′ | 12′ | 18′ | 24′ | 30′ | 36′ | 42′ | 48′ | 54′ | Mean Defferences | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0°·0 | 0°·1 | 0°·2 | 0°·3 | 0°·4 | 0°·5 | 0°·6 | 0°·7 | 0°·8 | 0°·9 | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ |
| 45 | 1·0000 | 0035 | 0070 | 0105 | 0141 | 0176 | 0212 | 0247 | 0283 | 0319 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 |
| 46 | 1·0355 | 0392 | 0428 | 0464 | 0501 | 0538 | 0575 | 0612 | 0649 | 0686 | 6 | 12 | 18 | 25 | 31 |
| 47 | 1·0724 | 0761 | 0799 | 0837 | 0875 | 0913 | 0951 | 0990 | 1028 | 1067 | 6 | 13 | 19 | 25 | 32 |
| 48 | 1·1106 | 1145 | 1184 | 1224 | 1263 | 1303 | 1343 | 1383 | 1423 | 1463 | 7 | 13 | 20 | 27 | 33 |
| 49 | 1·1504 | 1544 | 1585 | 1626 | 1667 | 1708 | 1750 | 1792 | 1833 | 1875 | 7 | 14 | 21 | 28 | 34 |
| 50 | 1·1918 | 1960 | 2002 | 2045 | 2088 | 2131 | 2174 | 2218 | 2261 | 2305 | 7 | 14 | 22 | 29 | 35 |
| 51 | 1·2349 | 2393 | 2437 | 2482 | 2527 | 2572 | 2617 | 2662 | 2708 | 2753 | 8 | 15 | 23 | 30 | 38 |
| 52 | 1·2799 | 2846 | 2892 | 2938 | 2985 | 3032 | 3079 | 3127 | 3175 | 3222 | 8 | 16 | 24 | 31 | 39 |
| 53 | 1·3270 | 3319 | 3367 | 3416 | 3465 | 3514 | 3564 | 3613 | 3663 | 3713 | 8 | 16 | 25 | 33 | 41 |
| 54 | 1·3764 | 3814 | 3865 | 3916 | 3968 | 4019 | 4071 | 4124 | 4176 | 4229 | 9 | 17 | 26 | 34 | 43 |
| 55 | 1·4281 | 4335 | 4388 | 4442 | 4496 | 4550 | 4605 | 4659 | 4715 | 4770 | 9 | 18 | 27 | 36 | 45 |
| 56 | 1·4826 | 4882 | 4938 | 4994 | 5051 | 5108 | 5166 | 5224 | 5282 | 5340 | 10 | 19 | 29 | 38 | 48 |
| 57 | 1·5399 | 5458 | 5517 | 5577 | 5637 | 5697 | 5757 | 5818 | 5880 | 5941 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| 58 | 1·6003 | 6066 | 6128 | 6191 | 6255 | 6319 | 6383 | 6447 | 6512 | 6577 | 11 | 21 | 32 | 43 | 53 |
| 59 | 1·6643 | 6709 | 6775 | 6842 | 6909 | 6977 | 7045 | 7113 | 7182 | 7251 | 11 | 23 | 34 | 45 | 56 |
| 60 | 1·7321 | 7391 | 7461 | 7532 | 7603 | 7675 | 7747 | 7820 | 7893 | 7966 | 12 | 24 | 36 | 48 | 60 |
| 61 | 1·8040 | 8115 | 8190 | 8265 | 8341 | 8418 | 8495 | 8572 | 8650 | 8728 | 13 | 26 | 38 | 51 | 64 |
| 62 | 1·8807 | 8887 | 8967 | 9047 | 9128 | 9210 | 9292 | 9375 | 9458 | 9542 | 14 | 27 | 41 | 55 | 68 |
| 63 | 1·9626 | 9711 | 9797 | 9883 | 9970 | 2·0057 | 2·0145 | 2·0233 | 2·0323 | 2·0413 | 15 | 29 | 44 | 58 | 73 |
| 64 | 2·0503 | 0594 | 0686 | 0778 | 0872 | 0965 | 1060 | 1155 | 1251 | 1348 | 16 | 31 | 47 | 63 | 78 |
| 65 | 2·1445 | 1543 | 1642 | 1742 | 1842 | 1943 | 2045 | 2148 | 2251 | 2355 | 17 | 34 | 51 | 68 | 85 |
| 66 | 2·2460 | 2566 | 2673 | 2781 | 2889 | 2998 | 3109 | 3220 | 3332 | 3445 | 18 | 37 | 55 | 73 | 92 |
| 67 | 2·3559 | 3673 | 3789 | 3906 | 4023 | 4142 | 4262 | 4383 | 4504 | 4627 | 20 | 40 | 60 | 79 | 99 |
| 68 | 2·4751 | 4876 | 5002 | 5129 | 5257 | 5386 | 5517 | 5649 | 5782 | 5916 | 22 | 43 | 65 | 87 | 108 |
| 69 | 2·6051 | 6187 | 6325 | 6464 | 6605 | 6746 | 6889 | 7034 | | | | | | 95 | 119 |
| 70 | 2·7475 | 7625 | 7776 | 7929 | 8083 | 8239 | 8397 | 8556 | 8716 | 8878 | 26 | 52 | 78 | 104 | 131 |
| 71 | 2·9042 | 9208 | 9375 | 9544 | 9714 | 9887 | 3·0061 | 3·0237 | 3·0415 | 3·0595 | 29 | 58 | 87 | 116 | 145 |
| 72 | 3·0777 | 0961 | 1146 | 1334 | 1524 | 1716 | 1910 | 2106 | 2305 | 2500 | 32 | 64 | 96 | 129 | 161 |
| 73 | 3·2709 | 2914 | 3122 | 3332 | 3544 | 3759 | 3977 | 4197 | 4420 | 4646 | 36 | 72 | 108 | 144 | 180 |
| 74 | 3·4874 | 5105 | 5339 | 5576 | 5816 | 6059 | 6305 | 6554 | 6806 | 7062 | 41 | 81 | 122 | 163 | 204 |
| 75 | 3·7321 | 7583 | 7848 | 8118 | 8391 | 8667 | 8947 | 9232 | 9520 | 9812 | 46 | 93 | 139 | 186 | 232 |
| 76 | 4·0108 | 0408 | 0713 | 1022 | 1335 | 1653 | 1976 | 2303 | 2635 | 2972 | 53 | 107 | 160 | 213 | 267 |
| 77 | 4·3315 | 3662 | 4015 | 4374 | 4737 | 5107 | 5483 | 5864 | 6252 | 6646 | | | | | |
| 78 | 4·7046 | 7453 | 7867 | 8288 | 8716 | 9152 | 9594 | 5·0045 | 5·0504 | 5·0970 | Mean differences cease to be sufficiently accurate. | | | | |
| 79 | 5·1446 | 1929 | 2422 | 2924 | 3435 | 3955 | 4486 | 5026 | 5578 | 6140 | | | | | |
| 80 | 5·6713 | 7297 | 7894 | 8502 | 9124 | 9758 | 6·0405 | 6·1066 | 6·1742 | 6·2432 | | | | | |
| 81 | 6·3138 | 3859 | 4596 | 5350 | 6122 | 6912 | 7720 | 8548 | 9395 | 7·0264 | | | | | |
| 82 | 7·1154 | 2066 | 3002 | 3962 | 4947 | 5958 | 6996 | 8062 | 9158 | 8·0285 | | | | | |
| 83 | 8·1443 | 2636 | 3863 | 5126 | 6427 | 7769 | 9152 | 9·0579 | 9·2052 | 9·3572 | | | | | |
| 84 | 9·5144 | 9·677 | 9·845 | 10·02 | 10·20 | 10·39 | 10·58 | 10·78 | 10·99 | 11·20 | | | | | |
| 85 | 11·43 | 11·66 | 11·91 | 12·16 | 12·43 | 12·71 | 13·00 | 13·30 | 13·62 | 13·95 | | | | | |
| 86 | 14·30 | 14·67 | 15·06 | 15·46 | 15·89 | 16·35 | 16·83 | 17·34 | 17·89 | 18·46 | | | | | |
| 87 | 19·08 | 19·74 | 20·45 | 21·20 | 22·02 | 22·90 | 23·86 | 24·90 | 26·03 | 27·27 | | | | | |
| 88 | 28·64 | 30·14 | 31·82 | 33·69 | 35·80 | 38·19 | 40·92 | 44·07 | 47·74 | 52·08 | | | | | |
| 89 | 57·29 | 63·66 | 71·62 | 81·85 | 95·49 | 114·6 | 143·2 | 191·0 | 286·5 | 573·0 | | | | | |
| 90 | ∞ | | | | | | | | | | | | | | |